

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ МОРСКОЙ РЫБОПРОМЫШЛЕННЫЙ КОЛЛЕДЖ»  
(филиал)  
Федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Директор



«31» августа 2023 года.

**С.Г. Лосяков**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**Для проведения текущего контроля знаний и промежуточной  
аттестации по дисциплине  
МЕХАНИКА**

Программы подготовки специалистов среднего звена по специальности  
23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Санкт-Петербург  
2023

Фонд оценочных средств учебной дисциплины разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее СПО) 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Разработчик(и):

Титова Л.О. преподаватель СПб МРК

Рецензенты:

Пантелеев Г.М., преподаватель спец. дисциплин СПб МРК

Алексашкин М.С. – заместитель генерального директора по безопасности мореплавания ООО «Навигаторъ»

Рассмотрена на заседании предметной (цикловой) комиссии Судоводительских дисциплин

Протокол № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Председатель ПЦК \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	4
2. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УМЕНИЙ И ЗНАНИЙ (ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ)	7
3. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.	128

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств, предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины «Механика» для специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения экспертного наблюдения и оценки на лабораторных и практических занятиях, различных видов опроса, выполнения домашних заданий, расчетов, решения задач по индивидуальным заданиям, контрольной работы.

<b>Результаты обучения (Освоенные умения, усвоенные знания)</b>	<b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>
<p><b>Умения:</b> - Применять при анализе механического состояния тела терминологию технической механики; - Выделять из системы тел рассматриваемое тело и силы, действующие на него; - Определять характер нагружения и напряженное состояние в точке элемента конструкции; - Проводить несложные расчеты элементов конструкции на прочность и жесткость; Использовать справочную и нормативную документацию</p>	<p>- устный опрос; - оценка результатов выполнения лабораторных работ; - контроль выполнения домашних и самостоятельных работ; - аттестационный текущий контроль успеваемости; Контрольная работа; - Дифференцированный зачет; экспертная оценка полученных знаний.</p>
<p><b>Знания:</b> Законы статики, кинематики и динамики; Методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации; Методику определения статических и динамических нагрузок на элементы конструкций, кинематические и динамические характеристики машин и механизмов;</p>	<p>устный опрос; - оценка результатов выполнения лабораторных работ; - контроль выполнения домашних и самостоятельных работ; - аттестационный текущий контроль успеваемости; Контрольная работа; - Дифференцированный зачет; экспертная оценка полученных знаний.</p>



Содержание дисциплины «Механика» ориентировано на подготовку учащихся к освоению профессиональных модулей ППССЗ и овладению общими (ОК) и профессиональными компетенциями (ПК) по соответствующим специальности 26.02.03«Судовождение»

<b>Код</b>	<b>Наименование результата обучения</b>
ПК 1.3	Выполнять операции по осуществлению перевозочного процесса с применением современных информационных технологий управления перевозками.
ПК 3.1	Организовывать работу персонала по обработке перевозочных документов и осуществлению расчетов за услуги, предоставляемые транспортными организациями.
ОК.01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам..
ОК.02.	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
ОК 03.	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.
ОК.04.	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством и клиентами.
ОК.05.	Осуществлять устную и письменную коммуникации на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК.06.	Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, применить стандарты антикоррупционного поведения.
ОК.09.	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

Изучение данной дисциплины направлено на достижение общеобразовательных, воспитательных и практических задач, на дальнейшее развитие личностных способностей и дальнейшего профессионального роста выпускника – будущего специалиста.

## 2. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УМЕНИЙ И ЗНАНИЙ (ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕХАНИКА»

Типовые задания по дисциплине «Механика» соответствуют рабочим программам на основе ФГОС СПО. Для проверки качества подготовки будущих специалистов, в фонд оценочных средств включены разные типы заданий, позволяющие проверить большую часть элементов, предусмотренных существующими требованиями к подготовке специалистов среднего звена (далее ПССЗ) «СПб МРК» (филиал) ФГБОУ ВО «КГТУ» по дисциплине «Механика».

Материалы для контроля умений и знаний состоят из типовых тестовых заданий, охватывают все дидактические единицы рабочей программы и имеют следующую тематическую структуру:

### Перечень результатов обучения, знаний и умений, подлежащих промежуточной аттестации

Таблица 1

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Промежуточная аттестация	
	1 семестр	2 семестр
У1 находить равнодействующую различных систем сил; уметь находить сумму нескольких моментов; определять реакции связи.	Теоретическое, Практическое, задания	
У2 Определять вид движения и рассчитывать основные параметры Применять расчетные зависимости на практике.	Теоретическое Практическое, задания	
У3 Применять метод кинестатики. Рассчитывать работу, мощность, КПД. Применять общие теоремы динамики.	Теоретическое Практическое, задания	
У4 Рассчитывать внутренние усилия и напряжение при различных видах нагрузки бруса. Строить эпюры внутренних усилий. Рассчитывать детали на прочность.		Теоретическое, Расчетное, Расчетно-графическое, задания
У5. Выбирать детали и узлы на основе анализа их свойств для конкретного применения.		Теоретическое, Расчетное, Расчетно-графическое, задания
З1 Основные понятия: сила, система сил, виды систем сил, момент сил,	Теоретическое, Практическое,	

связи, виды связей, реакции связей.	задания	
32 Основные параметры движения тела; основные формулы кинематики; виды движения точки; простейшие виды движения твердого тела.	Теоретическое Практическое, задания	
33 Основные понятия и аксиомы динамики; метод кинетостатики; понятия: работа, мощность, КПД. Общие теоремы динамики.	Теоретическое Практическое, задания	
34 Основные виды нагружения бруса, понятия напряжения. Методики расчета напряжения при различных видах нагружения бруса. Правила построения эпюр продольных и поперечных сил и изгибающих моментов. Гипотезы прочности.		Теоретическое, Расчетное, Расчетно- графическое, задания
35 Основные виды соединений деталей. Основные виды передач, методики расчета и проектирования соединений и передач.		Теоретическое, Расчетное, Расчетно- графическое, задания

### Кодификатор контрольных заданий

Таблица 2

<b>Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания)</b>	<b>Код контрольного задания</b>
Расчетное задание	РЗ
Теоретическое задание	ТЗ
Практическое задание	ПЗ
Расчетно-графическое задание	РГЗ
Тест, тестовое задание	Т
Реферативное задание	Р
Ролевое задание (деловая игра)	ДИ
Исследовательское задание	ИЗ

## Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений.

Таблица 3

Содержание учебного материала по программе УД	Код контрольного задания										Количество контрольных заданий по типам							
	У1	У2	У3	У4	У5	З1	З2	З3	З4	З5	ТЗ	ПЗ	РЗ	РГЗ	Т	Р	ДИ	ИЗ
<i>Введение. Цели и задачи дисциплины.</i>						ТЗ Р Т					1				1	1		
<b>Раздел 1</b> <i>Основные положения статики</i>						ТЗ Р Т					1				1	1		
<i>Плоская система сходящихся сил.</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<i>Теория пар сил на плоскости.</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<i>Плоская система произвольно расположенных сил.</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<i>Трение</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<i>Пространственная система сил</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<i>Центр тяжести</i>	ПЗ					ТЗ Р Т					1	1			1	1		
<b>Раздел 2</b> <i>Кинематика точки</i>		ПЗ					ТЗ Р Т				1	1			1	1		
<i>Простейшие движения твёрдого тела</i>		ПЗ					ТЗ Р Т				1	1			1	1		
<i>Сложное движение.</i>		ПЗ					ТЗ Р				1	1			1	1		

							Т											
<b>Раздел 3</b> <i>Движение несвободной материальной точки.</i>			ПЗ					ТЗ Р Т			1	1			1	1		
<i>Работа и мощность</i>			ПЗ					ТЗ Р Т			1	1			1	1		
<i>Общие теоремы динамики</i>			ПЗ					ТЗ Р Т			1	1			1	1		
<b>Раздел 4</b> <i>Основные положения сопротивления материалов</i>									ТЗ Р		1						1	
<i>Растяжение и сжатие</i>				РЗ РГЗ					ТЗ Р		1		1	2			1	
<i>Практические расчёты на срез и смятие</i>				ПЗ					ТЗ Р		1						1	
<i>Кручение</i>				РЗ					ТЗ Р		1		2				1	
<i>Геометрические характеристики плоских сечений</i>				РГЗ					ТЗ Р		1			1			1	
<i>Изгиб прямого бруса</i>				РГЗ					ТЗ Р		1			1			1	
<i>Расчеты на прочность и жёсткость при прямом изгибе.</i>				РГЗ					ТЗ Р		1			1			1	
<i>Косой изгиб</i>				ПЗ					ТЗ Р		1	1					1	
<i>Изгиб с растяжением (сжатием)</i>									ТЗ Р		1						1	
<i>Гипотезы прочности</i>									ТЗ Р		1						1	
<i>Устойчивость сжатых стержней</i>				РГЗ					ТЗ Р		1		1				1	
<b>Раздел 5</b> <i>Детали машин. Основные положения.</i>					РГЗ					ТЗ Р	1			1			1	
<i>Соединения деталей машин</i>					РГЗ					ТЗ Р	1			1			1	
<i>Механические передачи</i>					РГЗ					ТЗ Р	1			1			1	
<i>Валы, оси, подшипники, муфты</i>					РГЗ					ТЗ Р	1			1			1	

*В результате оценки осуществляется проверка следующих объектов:*

Таблица 4

Объекты оценки	Показатели	Критерии	Тип и № задания
У1 находить равнодействующую различных систем сил; уметь находить сумму нескольких моментов; определять реакции связи.	- решение задач определение сил действующих на тело, нахождение равнодействующей различных систем сил; нахождение сумм нескольких моментов ; умение определять реакции связи	- соблюдение алгоритма решения расчетов на определение сил действующих на тело; - правильность и точность нахождение равнодействующей различных систем сил; нахождение сумм нескольких моментов ; умение определять реакции связи	ПЗ №1-5
У2 Определять вид движения и рассчитывать основные параметры Применять расчетные зависимости на практике.	- умение применять расчетные зависимости на практике.	- правильность и точность определения вида движения и расчёта основных параметров	ПЗ №6-8
У3 Применять метод кинетостатики. Рассчитывать работу, мощность, КПД. Применять общие теоремы динамики.	- умение определять влияние сил на движение тела	- правильность и точность определения влияния сил на движение тела	ПЗ №9,10
У4 Рассчитывать внутренние	- умение производить построение эпюр, решать практические	- соблюдение алгоритма решения расчетов для	РЗ № 3,4,5 РГЗ № 1-5

усилие и напряжение при различных видах нагрузки бруса. Строить эпюры внутренних усилий. Рассчитывать детали на прочность.	задания, рассчитывать на прочность типовые детали	построения эпюр и расчета на прочность типовых деталей; - правильность и точность решения задач	
У5. Выбирать детали и узлы на основе анализа их свойств для конкретного применения.	- умение проектировать узлы агрегатов, производить расчеты и проектировать.	- правильность выбора свойств детали в соответствии с условиями работы; -соответствие анализа выбранной детали условиям эксплуатации	РГЗ № 6-12
31 Основные понятия: сила, система сил, виды систем сил, момент сил, связи, виды связей, реакции связей.	- изложения основных понятий аксиом теоретической механики, законы равновесия и перемещения тел.	- правильность изложения основных понятий аксиом теоретической механики, законы равновесия и перемещения тел.	ТЗ № 1-8 Р №1 Т №1
32 Основные параметры движения тела; основные формулы кинематики; виды движения точки; простейшие виды движения твердого тела.	- определение характера движения; выучивание формул; умение отличать равномерное от равнопеременного движения; различать виды поступательного, вращательного, плоскопараллельного, сложного движения твердого тела	- соблюдение правильности отличать равномерное от равнопеременного движения; различать виды поступательного, вращательного, плоскопараллельного, сложного движения твердого тела	ТЗ № 9,10,11 Р №1 Т №1

<p>33 Основные понятия и аксиомы динамики; метод кинетостатики; понятия: работа, мощность, КПД. Общие теоремы динамики.</p>	<p>- заучивание основных понятий и аксиом, запоминание формул и теорем</p>	<p>- правильность изложения основных понятий и аксиом, формул и теорем.</p>	<p>ТЗ № 12,13,14 Р №1 Т №1</p>
<p>34 Основные виды нагружения бруса, понятия напряжения. Методики расчета напряжения при различных видах нагружения бруса. Правила построения эпюр продольных и поперечных сил и изгибающих моментов. Гипотезы прочности.</p>	<p>- необходимость понять алгоритм произведения расчетов и запомнить основные понятия формулы.</p>	<p>- соблюдение соответствия подбора методики, требуемой для расчета, запоминание основных понятий формул.</p>	<p>ТЗ № 15-25 Р №2</p>
<p>35 Основные виды соединений деталей. Основные виды передач, методики расчета и проектирования соединений и передач.</p>	<p>- необходимость понять и запомнить основные понятия, основы расчетов, овладение основами конструирования</p>	<p>- соблюдение соответствия конструкций требованиям технической документации.</p>	<p>ТЗ № 15-29 Р №3</p>



## 2. Комплект контрольно-оценочных средств

### I. РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ (РЗ)

Таблица 5 – Ключ оценки результатов РЗ

Оценка результата	Выполнение задания
	Доля, %,
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

#### РЗ №1. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАСЧЕТ СТЕРЖНЕЙ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ-СЖАТИИ»

Время на выполнение: 90 мин.

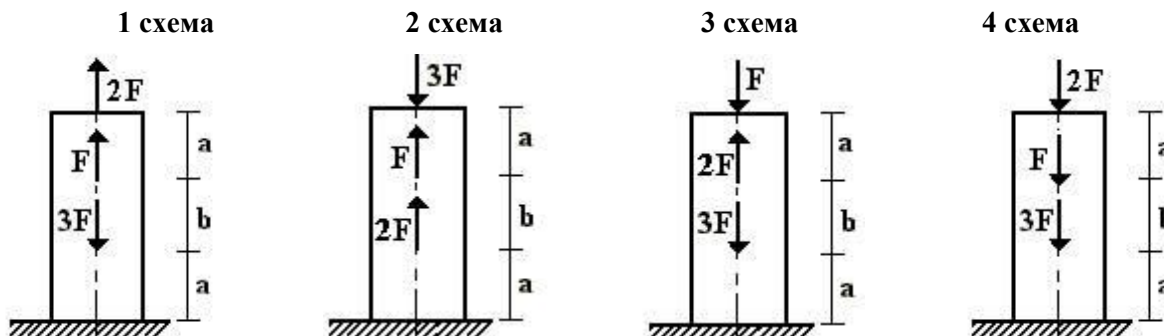
Для стального стержня круглого поперечного сечения диаметром  $D$  требуется:

- 1) построить эпюры продольной силы;
- 2) определить грузоподъемность стержня, если  $[\sigma] = 240$  МПа;
- 3) определить полное удлинение стержня, если  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

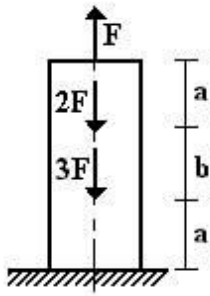
Данные взять из таблицы.

Таблица

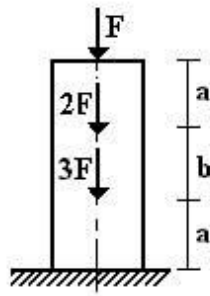
Номер варианта	$D$ , м	$a$ , м	$b$ , м	$F$ , кН
1	0,01	1	1,1	12
2	0,02	2	1,2	10
3	0,03	3	1,3	12
4	0,04	3	1,4	6
5	0,05	2	1,5	8



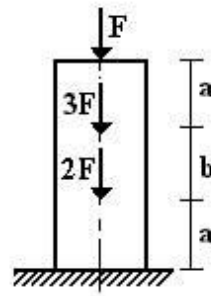
5 схема



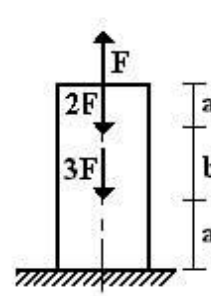
6 схема



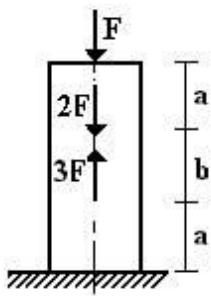
7 схема



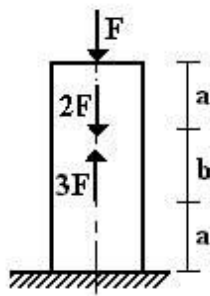
8 схема



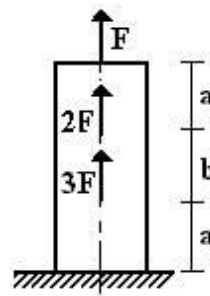
9 схема



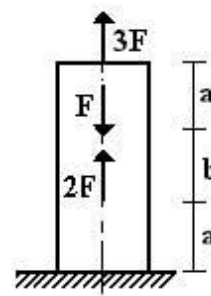
10 схема



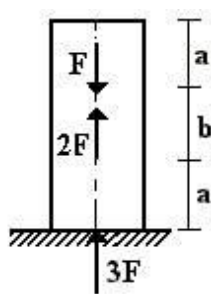
11 схема



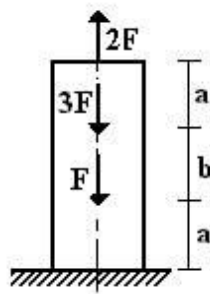
12 схема



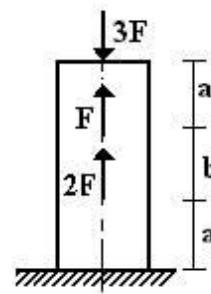
13 схема



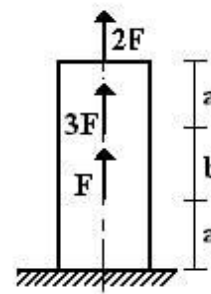
14 схема



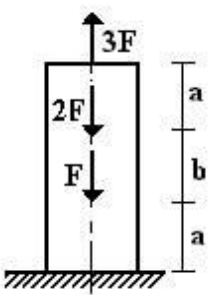
15 схема



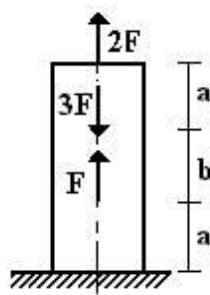
16 схема



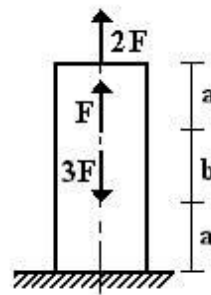
17 схема



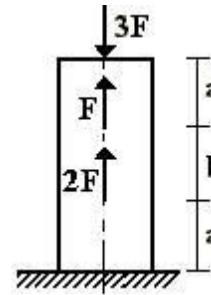
18 схема



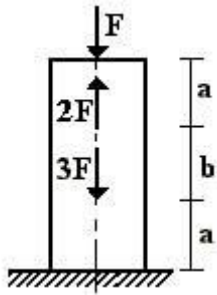
19 схема



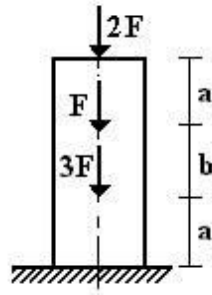
20 схема



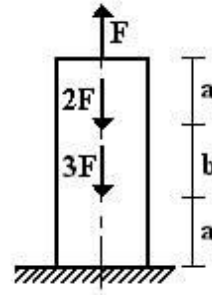
21 схема



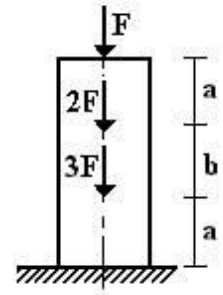
22 схема



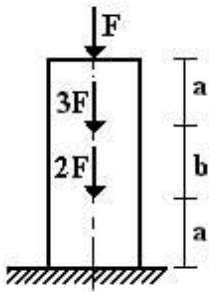
23 схема



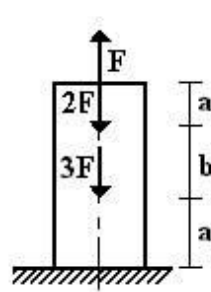
24 схема



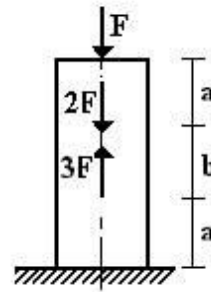
25 схема



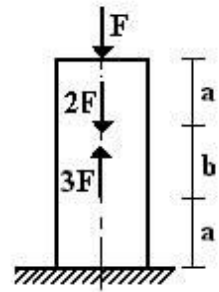
26 схема



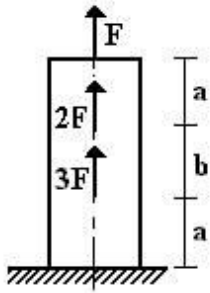
27 схема



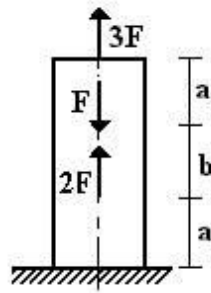
28 схема



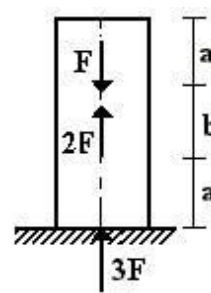
29 схема



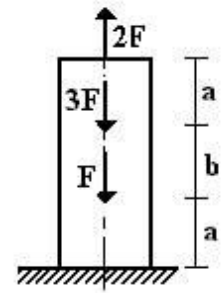
30 схема



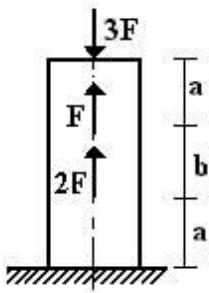
31 схема



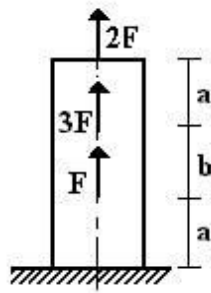
32 схема



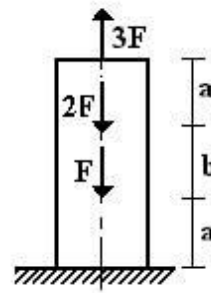
33 схема



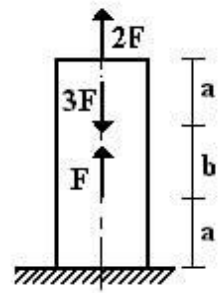
34 схема



35 схема



36 схема



**РЗ №2. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОГО ВАЛА, РАБОТАЮЩЕГО НА КРУЧЕНИЕ».**

Время на выполнение: 90 мин.

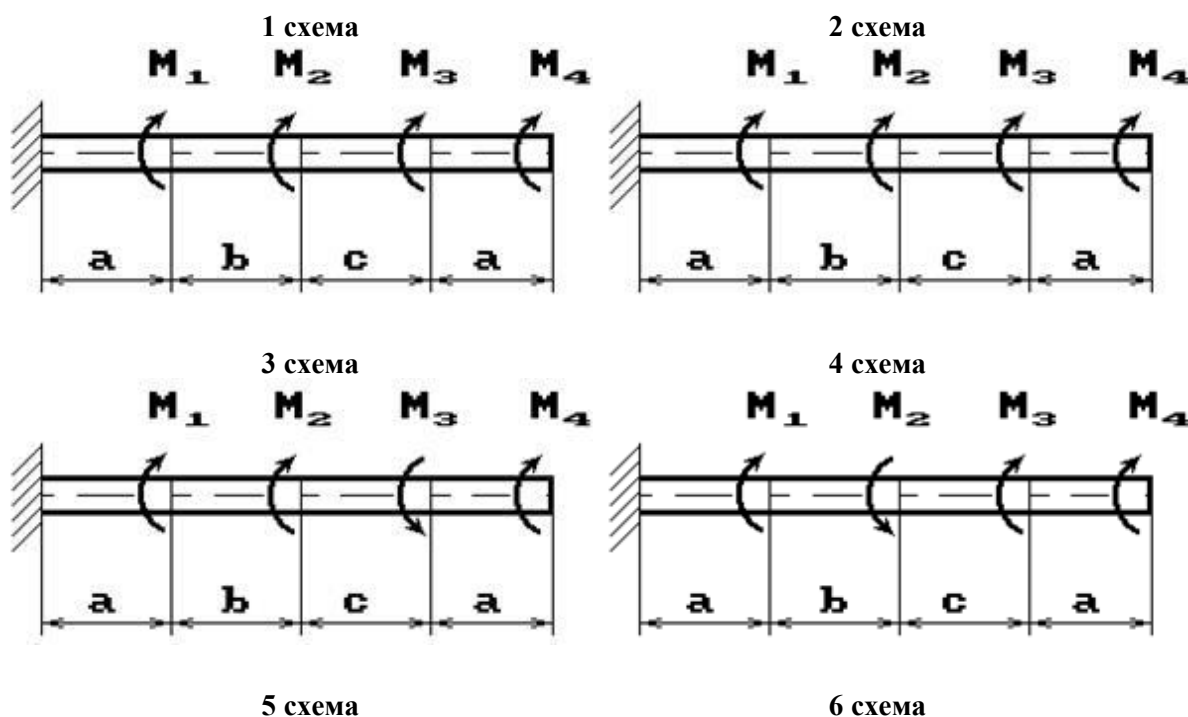
К стальному валу приложены скручивающие моменты:  $M_1, M_2, M_3, M_4$ .

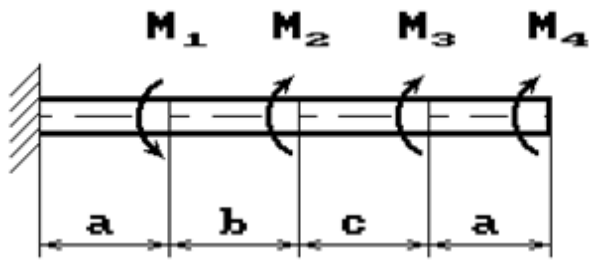
Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов;
  - 2) при заданном значении  $[\tau]$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшей большей, соответственно равной: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
  - 3) построить эпюру углов закручивания;
  - 4) найти наибольший относительный угол закручивания.
- Данные взять из таблицы.

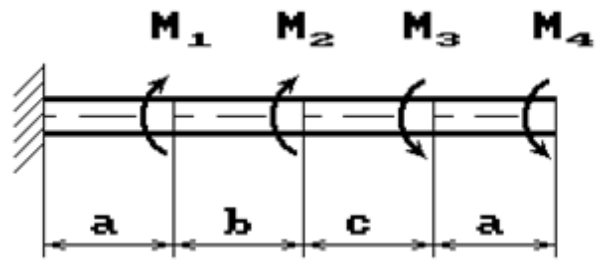
Таблица

Номер варианта	Расстояние, м			Моменты, кНм		[ $\tau$ ], МПа
	$a$	$b$	$c$	$M_1; M_3$	$M_2; M_4$	
1	1,1	1,1	1,1	2,1	1,1	35
2	1,2	1,2	1,2	2,2	1,2	40
3	1,3	1,3	1,3	2,3	1,3	45
4	1,4	1,4	1,4	2,4	1,4	50
5	1,5	1,5	1,5	2,5	1,5	55

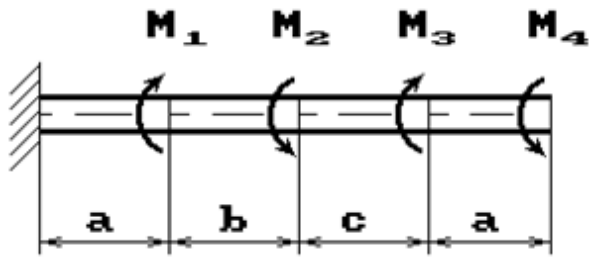




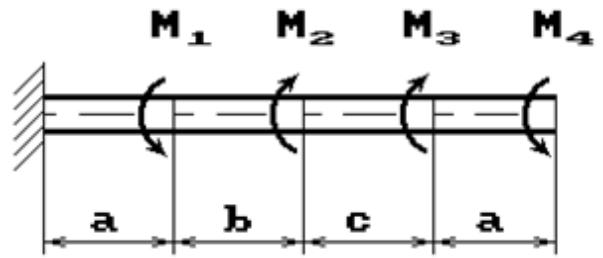
7 схема



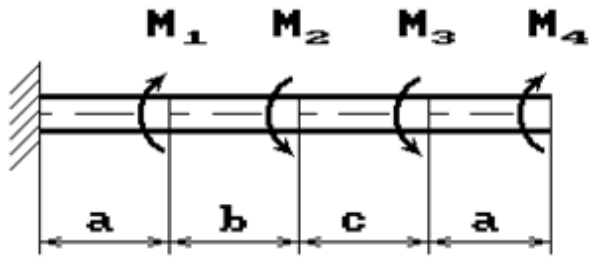
8 схема



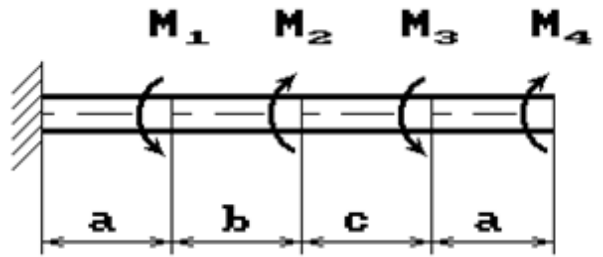
9 схема



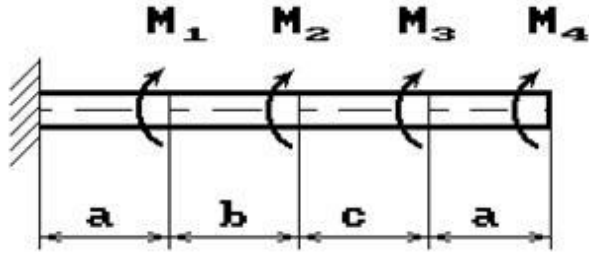
10 схема



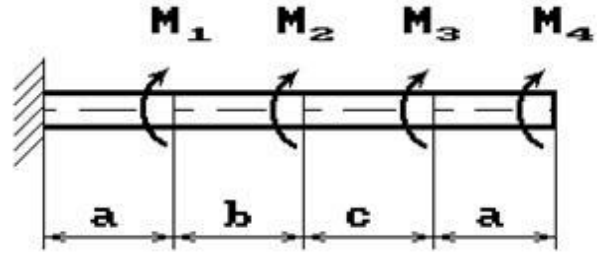
11 схема



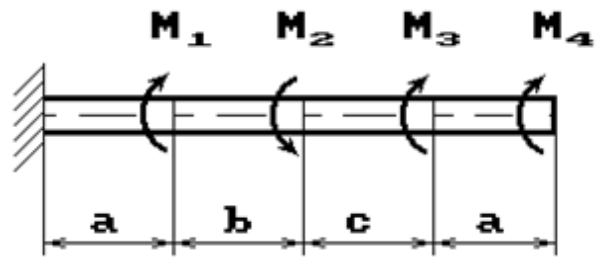
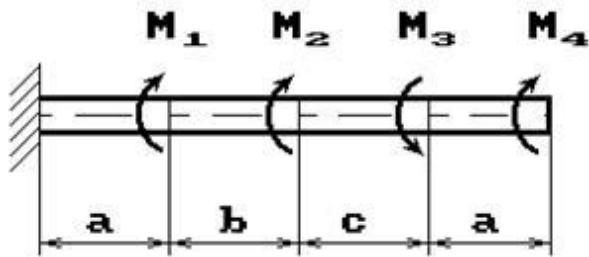
12 схема



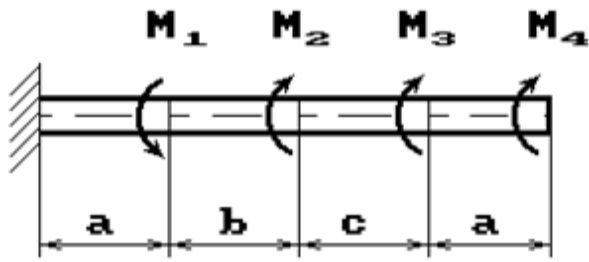
13 схема



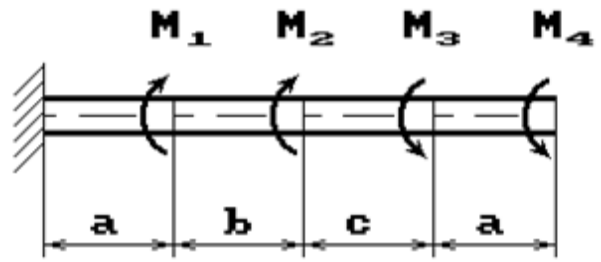
14 схема



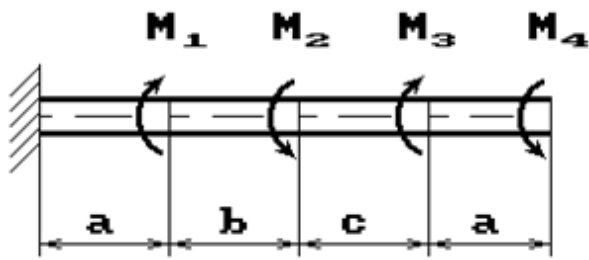
15 схема



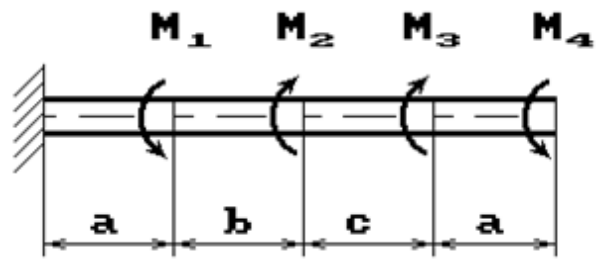
16 схема



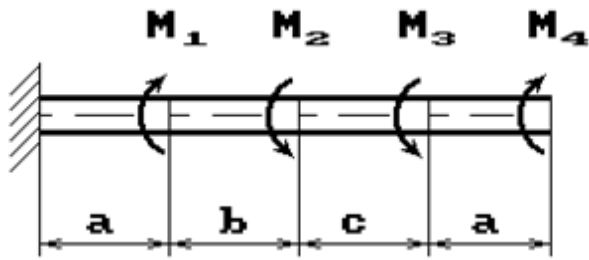
17 схема



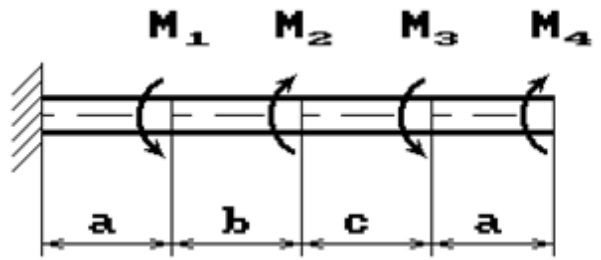
18 схема



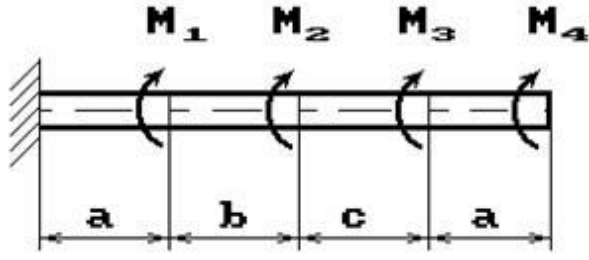
19 схема



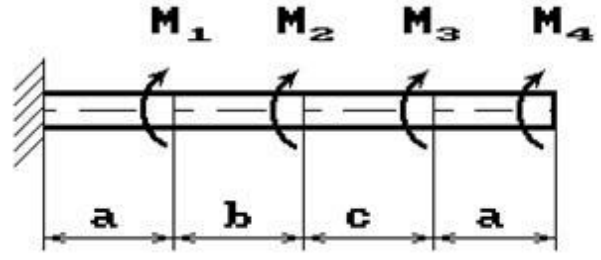
20 схема



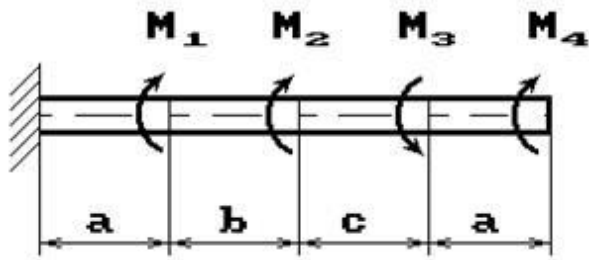
21 схема



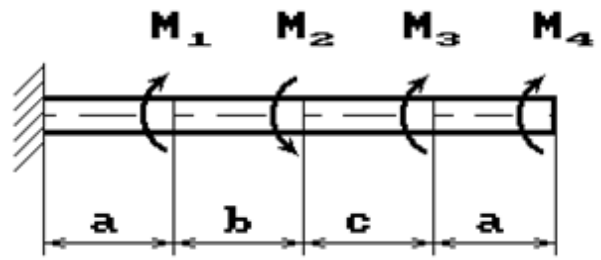
22 схема



23 схема

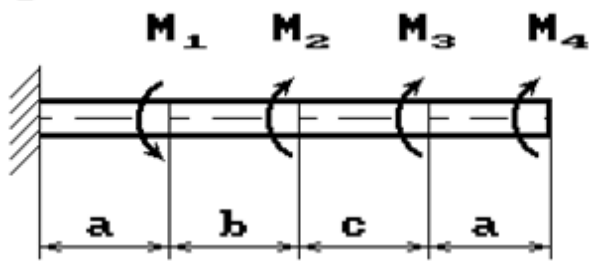


24 схема

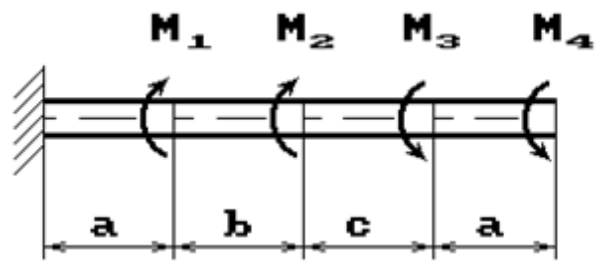


25 схема

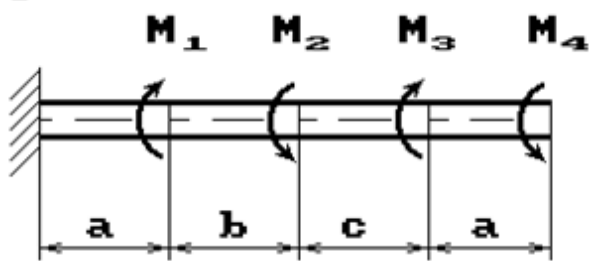
26 схема



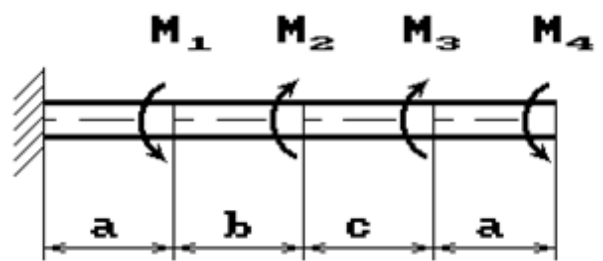
27 схема



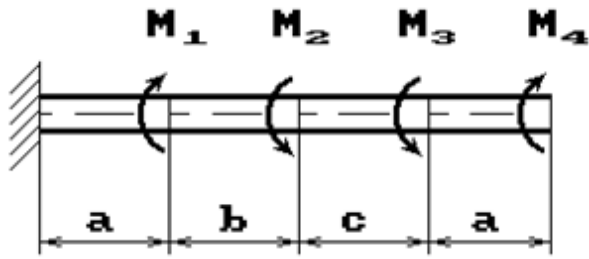
28 схема



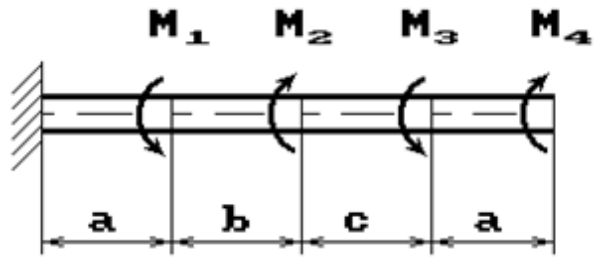
29 схема



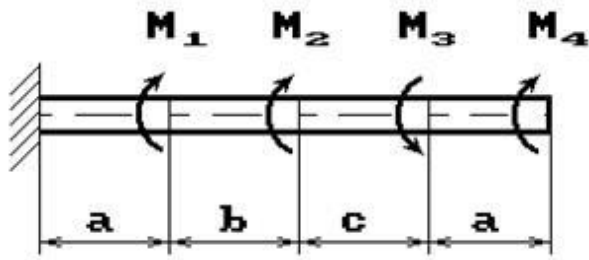
30 схема



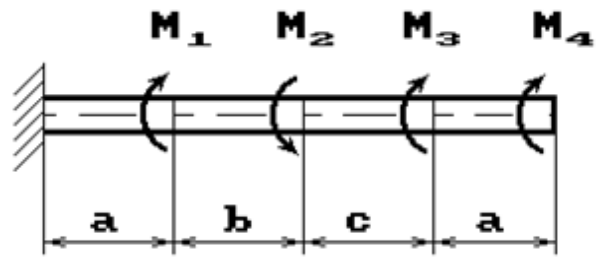
31 схема



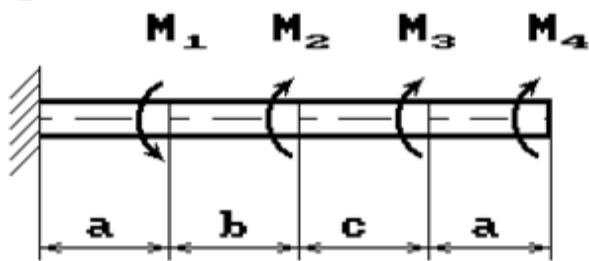
32 схема



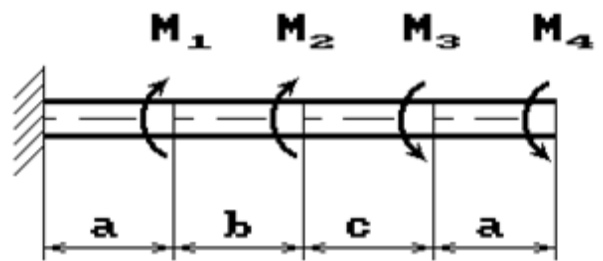
33 схема



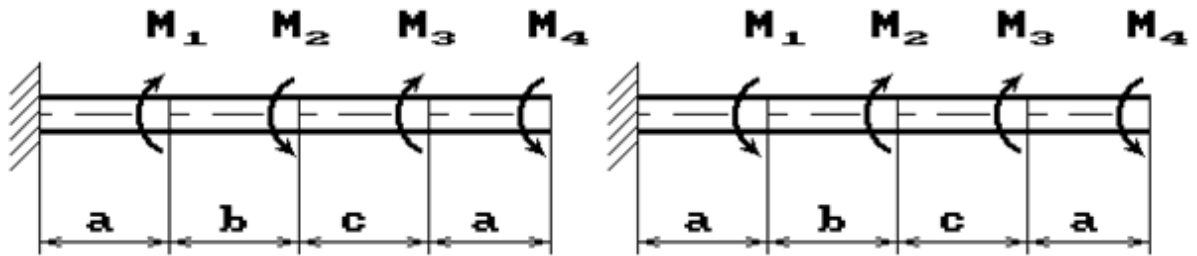
34 схема



35 схема



36 схема



### РЗ №3. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ПОДБОР СЕЧЕНИЯ СОСТАВНОГО ВАЛА, РАБОТАЮЩЕГО НА КРУЧЕНИЕ»

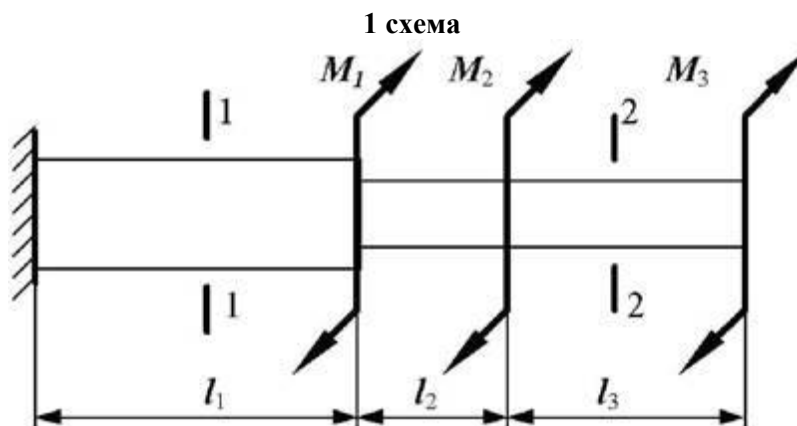
Время на выполнение: 90 мин.

Исходные данные к задаче выбираются по таблице

1. Нарисуйте схему стержня в масштабе. Отрицательные нагрузки направьте в сторону, противоположную показанной на рисунке. На рисунке поставьте размеры стержня и значения нагрузки в численном виде.
2. Постройте в масштабе эпюру крутящих моментов.
3. Из условия прочности подберите размеры поперечных сечений вала на каждом участке.
4. Проверьте условие жесткости на каждом участке. Если это условие не выполняется, найдите новые размеры поперечных сечений из условия жесткости.
5. Найдите максимальные касательные напряжения на каждом участке и нарисуйте эпюры распределения напряжений в поперечных сечениях.
6. Определите углы закручивания каждого участка стержня и постройте в масштабе эпюру их изменения по длине стержня.

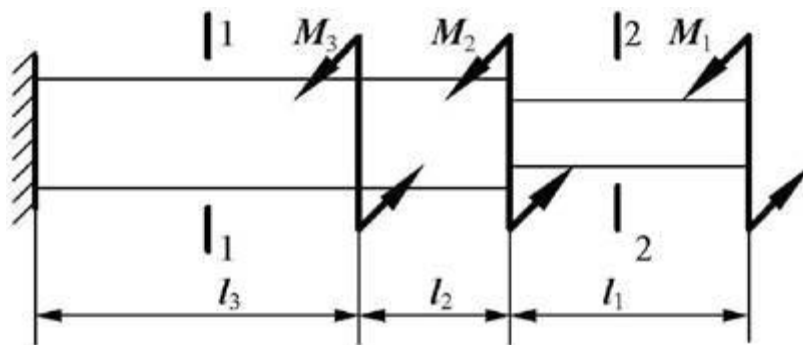
Таблица

Номер группы	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$M_1$ , кНм	$M_2$ , кНм	$l_3$ , м	$M_3$ , кНм	Поперечное сечение		$[\theta']$ , град/м	$h/b$
							1-1	2-2		
ДМ-21	0,5	1,1	20	-24	1,0	30	круг	квадрат	0,2	1,5
ДМ-22	0,6	1,0	-10	16	0,8	-28	квадрат	круг	0,4	2,0



2 схема





## II. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (ТЗ):

Таблица 6 – Ключ оценки результатов ТЗ

Оценка результата	Выполнение задания
	Доля, %
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

Необходимо кратко устно рассказать теоретический материал.

ТЗ №1:

Цели и задачи дисциплины.

ТЗ №2:

Основные положения статики. Материя и движение. Сила. Система сил.

Равнодействующая и уравнивающая силы. Аксиомы статики. Связи и их реакции.

ТЗ №3:

Плоская система сходящихся сил. Сложение двух сил, приложенных в точке тела.

Сложение ПССС. Геометрическое условие равновесия. Аналитическое условие равновесия ПССС. Стержневые системы. Определение усилий в стержнях.

ТЗ №4:

Теория пар сил на плоскости. Пара сил. Эквивалентность пар сил. Сложение пар сил.

Условие равновесия пар. Момент силы относительно точки.

ТЗ №5:

Плоская система произвольно расположенных сил (ПСПРС). Приведение силы к точке. Приведение к точке ПСПРС. Теорема Вариньона. Равновесие плоской системы сил. Условие равновесия, уравнения равновесия ПСПРС и их различные формы. Балочные системы. Разновидности опор и виды нагрузок.

ТЗ №6:

Трение. Реальные связи. Трение скольжения и его законы.

ТЗ №7:

Пространственная система сил. Сложение пространственной системы сходящихся сил. Условие равновесия. Момент силы относительно оси. Произвольная пространственная система сил. Условие равновесия.

ТЗ №8:

Центр тяжести. Центр параллельных сил. Центр тяжести тела. Определение координат центра тяжести плоских и пространственных фигур. Устойчивость равновесия.

ТЗ №9:

Кинематика точки. Основные понятия кинематики. Способы задания движения точки. Определение скорости и ускорения движения точки при естественном способе задания движения. Частные случаи движения точки. Кинематические графики.

ТЗ №10:

Простейшие движения твёрдого тела. Поступательное и вращательное движение твёрдого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Частные случаи вращательного движения. Скорости и ускорения различных точек вращающегося тела. Способы передачи движения. Передаточное отношение. Передаточное число.

ТЗ №11:

Сложное движение. Сложное движение точки. Плоскопараллельное движение тела. Определение скорости любой точки тела. Мгновенный центр скоростей. Сложение двух вращательных движений. Понятие о планетарных передачах. Формула Виллиса.

ТЗ №12:

Движение несвободной материальной точки. Основные понятия и аксиомы. Свободная и несвободная точки. Сила инерции при прямолинейном и криволинейном движениях. Принцип Даламбера. Метод кинетостатики.

ТЗ №13:

Работа и мощность. Работа постоянной силы при прямолинейном перемещении. Работа равнодействующей силы. Работа переменной силы на криволинейном пути. Мощность. Механический коэффициент полезного действия. Работа сил на наклонной плоскости. Работа и мощность при вращательном движении тел. Трение качения. Работа при качении тел.

ТЗ №14:

Общие теоремы динамики. Импульс силы. Количество движения. Кинетическая энергия. Теоремы об изменении количества движения и кинетической энергии точки. Понятие о механической системе. Основное уравнение динамики вращающегося тела. Моменты инерции некоторых тел. Кинетическая энергия тела. Кинетический момент.

ТЗ №15:

Сопротивление материалов. Основные положения. Задачи сопротивления материалов. Классификация нагрузок. Основные допущения. Метод сечений. Виды нагружения бруса. Напряжения.

ТЗ №16:

Растяжение и сжатие. Продольные силы. Нормальные напряжения и их эпюры. Перемещения и деформации. Закон Гука. Статические испытания материалов. Основные механические характеристики. Статически неопределимые системы

ТЗ №17:

Порядок расчётов на срез и смятие. Основные расчётные предпосылки и формулы.

ТЗ №18:

Кручение. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге. Крутящий момент. Кручение круглого прямого бруса. Основные предпосылки и формулы.

ТЗ №19:

Геометрические характеристики плоских сечений. Моменты инерции сечений. Понятие о главных центральных моментах инерции. Основные моменты инерции простейших сечений.

ТЗ №20:

Изгиб прямого бруса. Прямой изгиб чистый и поперечный. Касательные напряжения при прямом поперечном изгибе. Понятие о линейных и угловых перемещениях при изгибе. Интеграл Мора. Правило Верещагина.

ТЗ №21:

Порядок расчетов на прочность и жёсткость при прямом изгибе.

ТЗ №22:

Косой изгиб

Задание №23:

Изгиб с растяжением (сжатием). Порядок расчёта бруса большой жёсткости при изгибе с растяжением (сжатием).

ТЗ №24:

Гипотезы прочности. Понятие о напряжённом состоянии в точке упругого тела. Гипотезы прочности и их назначение.

ТЗ №25:

Устойчивость сжатых стержней. Устойчивость упругого равновесия. Критическая сила. Формула Эйлера. Критическое напряжение. Пределы применимости формулы Эйлера.

### III. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (ПЗ):

Таблица 7 – Ключ оценки результатов ПЗ

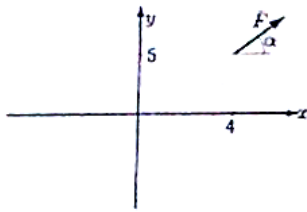
Оценка результата	Выполнение задания
	Доля ,%
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

**ПЗ №1. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ – «МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ».**

Время на выполнение: 45 мин.

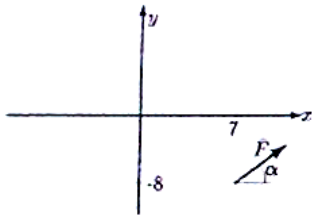
Найти момент силы  $F$  относительно начала координат:

Задача 23.1.



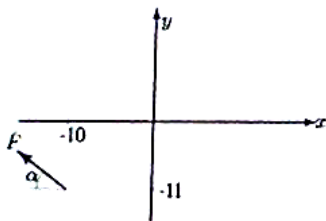
$F = 5, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.4.



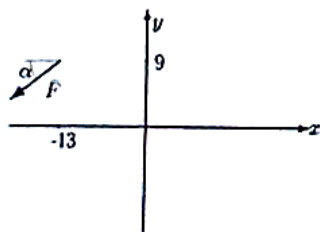
$F = 20, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.7.



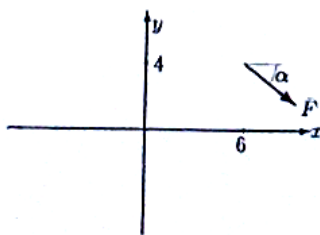
$F = 20, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.10.



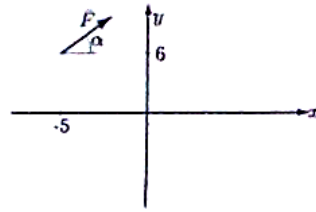
$F = 15, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.13.



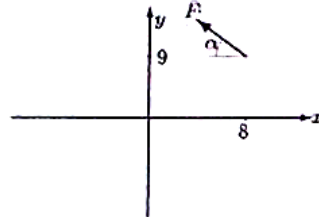
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.2.



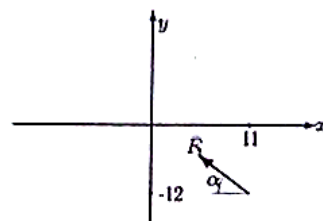
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.5.



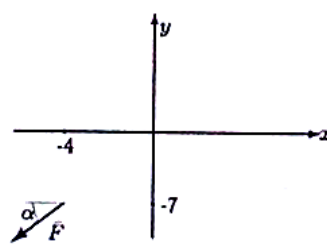
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.8.



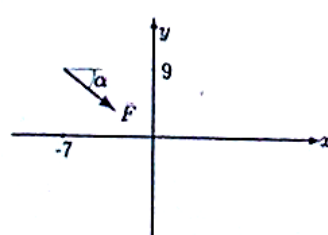
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.11.



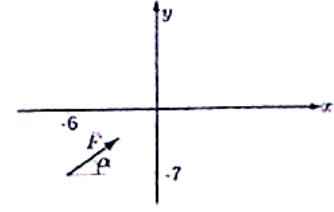
$F = 5, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.14.



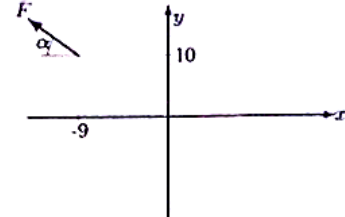
$F = 20, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.3.



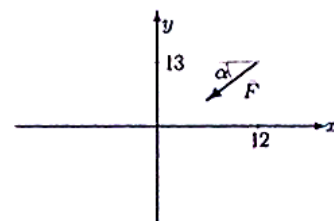
$F = 15, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.6.



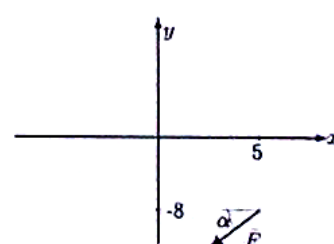
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.9.



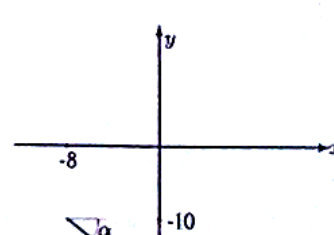
$F = 15, \operatorname{tg}\alpha = 3/4$

Задача 23.12.



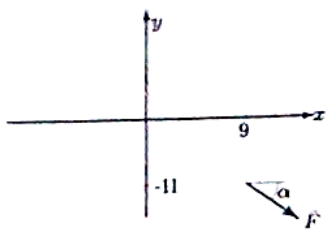
$F = 15, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.15.



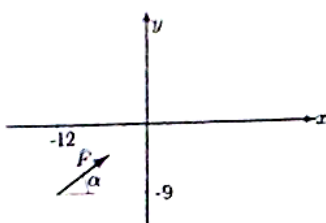
$F = 10, \operatorname{tg}\alpha = 4/3$

Задача 23.16.



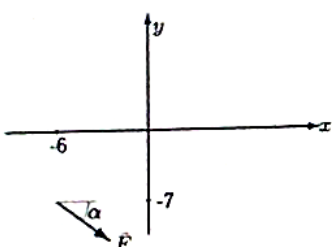
$$F = 20, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.19.



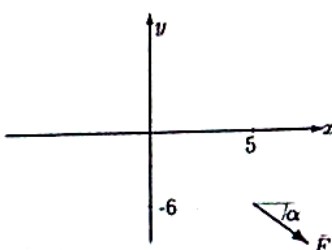
$$F = 15, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.22.



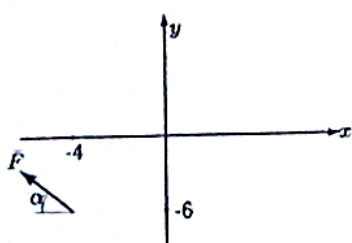
$$F = 20, \operatorname{tg} \alpha = 3/4$$

Задача 23.25.



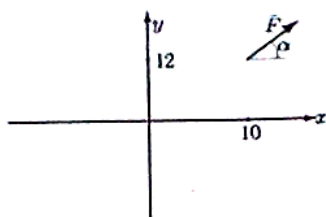
$$F = 20, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.28.



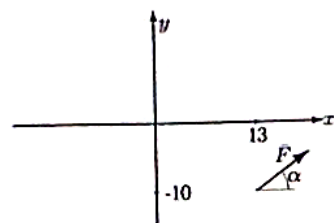
$$F = 10, \operatorname{tg} \alpha = 3/4$$

Задача 23.17.



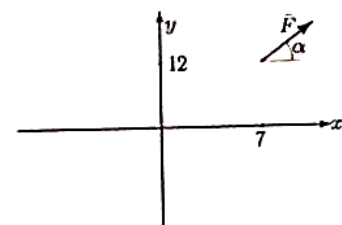
$$F = 10, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.20.



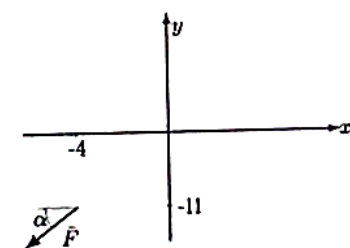
$$F = 5, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.23.



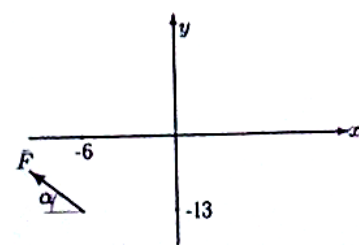
$$F = 5, \operatorname{tg} \alpha = 3/4$$

Задача 23.26.



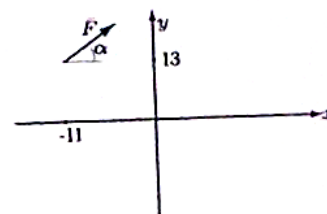
$$F = 15, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.29.



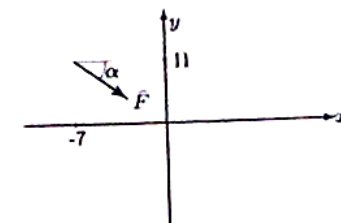
$$F = 10, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.18.



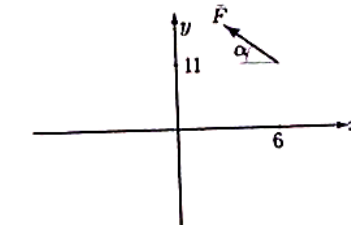
$$F = 5, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.21.



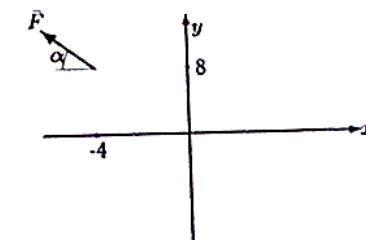
$$F = 20, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

Задача 23.24.



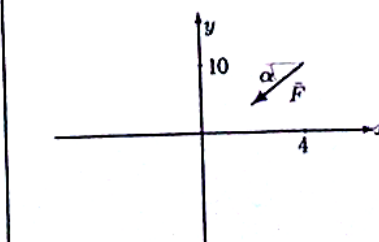
$$F = 10, \operatorname{tg} \alpha = 3/4$$

Задача 23.27.



$$F = 10, \operatorname{tg} \alpha = 3/4$$

Задача 23.30.



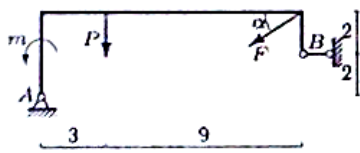
$$F = 15, \operatorname{tg} \alpha = 4/3$$

**ПЗ №2. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАВНОВЕСИЕ РАМНОЙ КОНСТРУКЦИИ».**

Время на выполнение: 90 мин

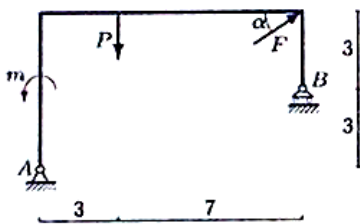
Определить реакции опор рамы, если  $\cos\alpha=0,8$ .

**Задача 29.1.**



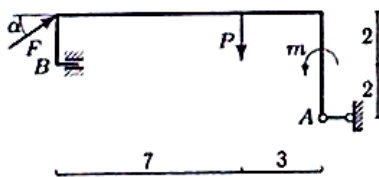
$F = 5 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 6 \text{ кНм}$

**Задача 29.3.**



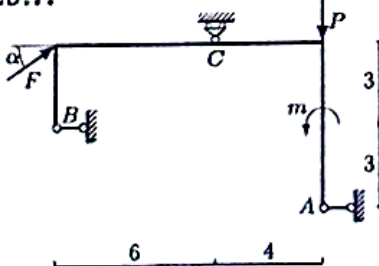
$F = 50 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 3 \text{ кНм}$

**Задача 29.5.**



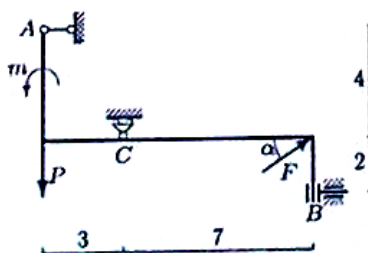
$F = 25 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}$

**Задача 29.7.**



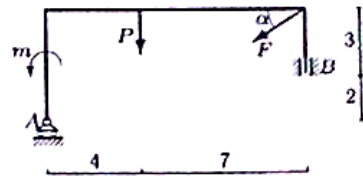
$F = 15 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 8 \text{ кНм}$

**Задача 29.9.**



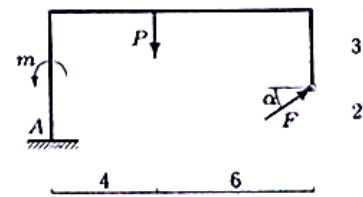
$F = 15 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 8 \text{ кНм}$

**Задача 29.2.**



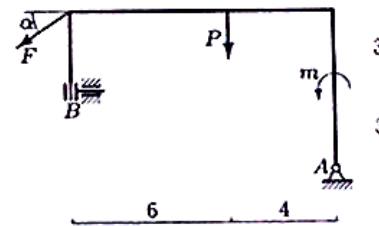
$F = 20 \text{ кН}, P = 3 \text{ кН}, m = 6 \text{ кНм}$

**Задача 29.4.**



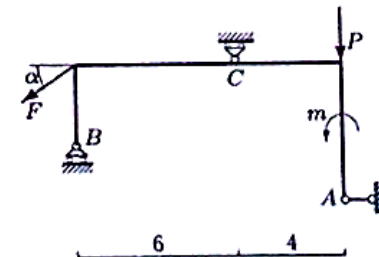
$F = 15 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}$

**Задача 29.6.**



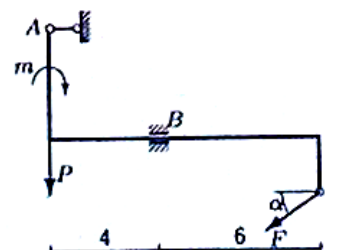
$F = 45 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}, m = 8 \text{ кНм}$

**Задача 29.8.**



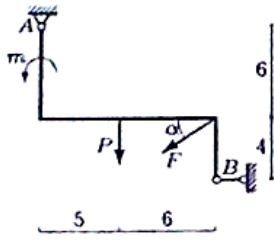
$F = 15 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}$

**Задача 29.10.**



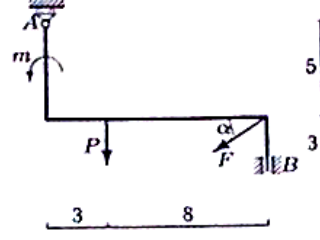
$F = 40 \text{ кН}, P = 24 \text{ кН}, m = 7 \text{ кНм}$

Задача 29.11.



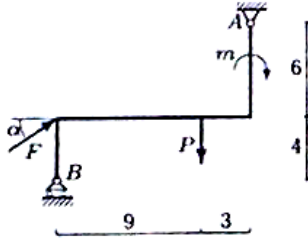
$F = 50 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 10 \text{ кНм}.$

Задача 29.12.



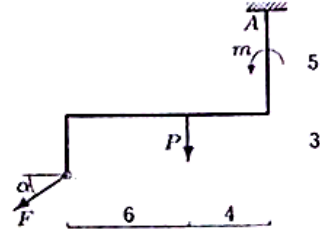
$F = 5 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 2 \text{ кНм}.$

Задача 29.13.



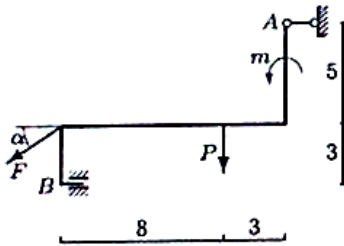
$F = 30 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 3 \text{ кНм}.$

Задача 29.14.



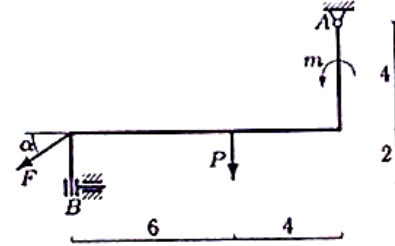
$F = 25 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}.$

Задача 29.15.



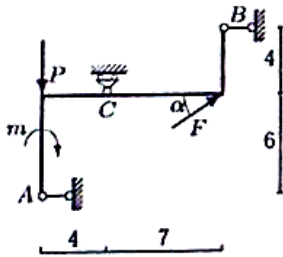
$F = 35 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}.$

Задача 29.16.



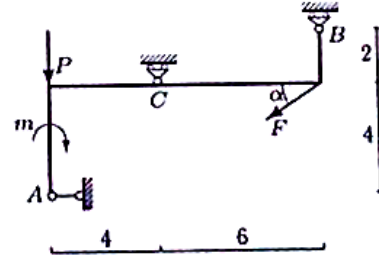
$F = 35 \text{ кН}, P = 5 \text{ кН}, m = 6 \text{ кНм}.$

Задача 29.17.



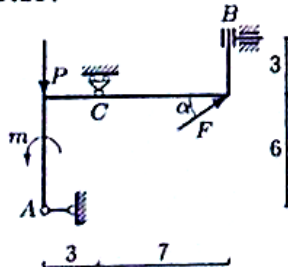
$F = 50 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 4 \text{ кНм}.$

Задача 29.18.



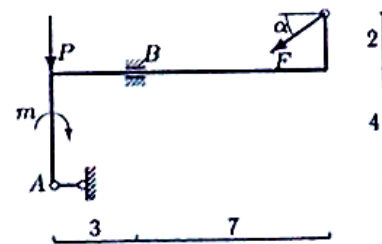
$F = 30 \text{ кН}, P = 5 \text{ кН}, m = 20 \text{ кНм}.$

Задача 29.19.



$F = 25 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 10 \text{ кНм}.$

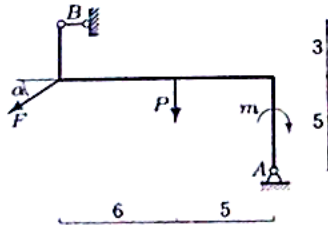
Задача 29.20.



$F = 40 \text{ кН}, P = 18 \text{ кН}, m = 7 \text{ кНм}.$

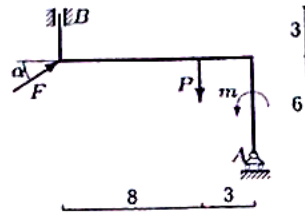


Задача 29.21.



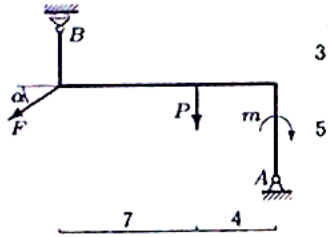
$F = 40 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 10 \text{ кНм}.$

Задача 29.22.



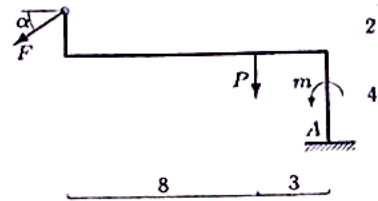
$F = 5 \text{ кН}, P = 1 \text{ кН}, m = 7 \text{ кНм}.$

Задача 29.23.



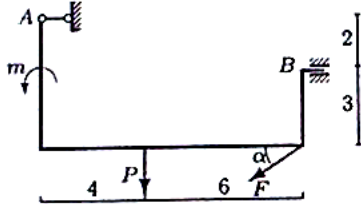
$F = 55 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 8 \text{ кНм}.$

Задача 29.24.



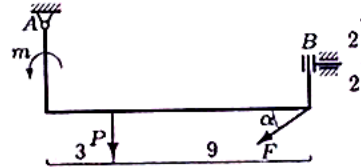
$F = 30 \text{ кН}, P = 3 \text{ кН}, m = 5 \text{ кНм}.$

Задача 29.25.



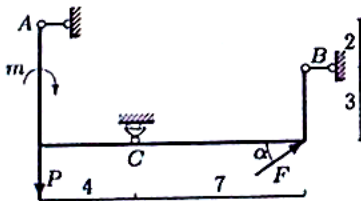
$F = 40 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}, m = 5 \text{ кНм}.$

Задача 29.26.



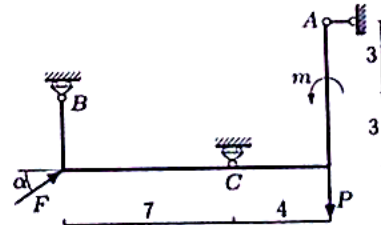
$F = 60 \text{ кН}, P = 3 \text{ кН}, m = 16 \text{ кНм}.$

Задача 29.27.



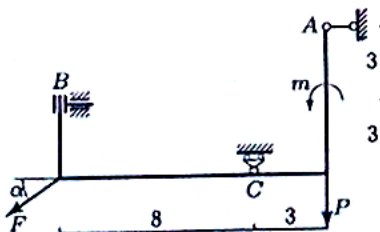
$F = 10 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}, m = 16 \text{ кНм}.$

Задача 29.28.



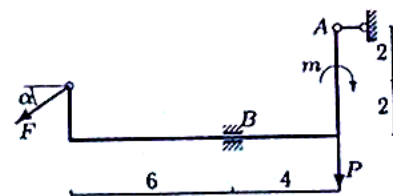
$F = 35 \text{ кН}, P = 4 \text{ кН}, m = 16 \text{ кНм}.$

Задача 29.29.



$F = 60 \text{ кН}, P = 2 \text{ кН}, m = 17 \text{ кНм}.$

Задача 29.30.

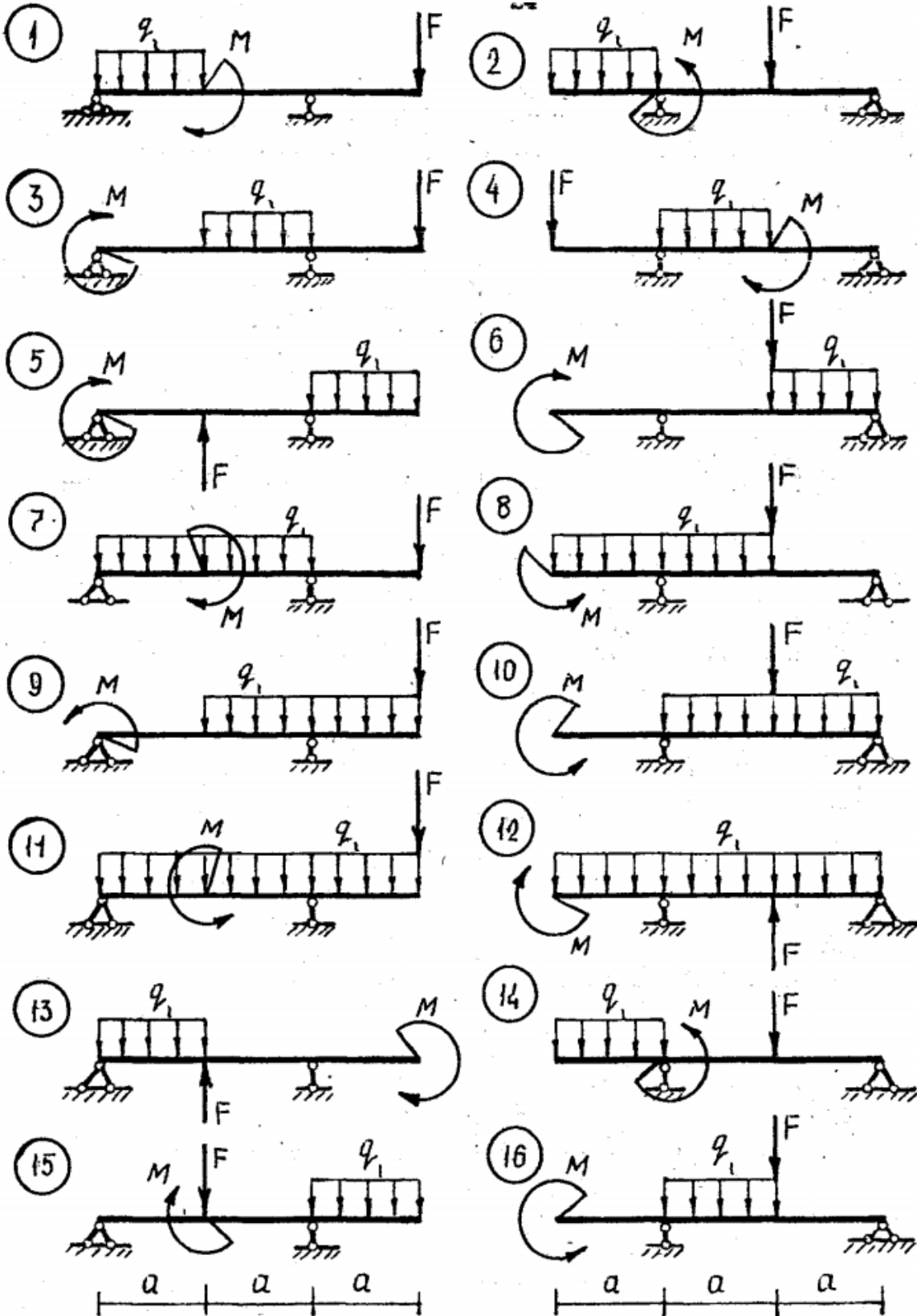


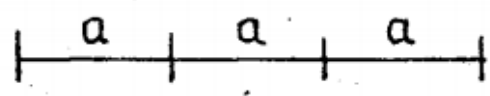
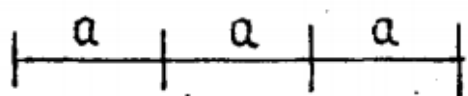
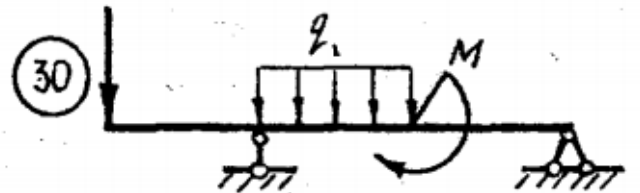
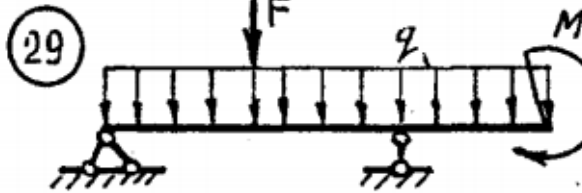
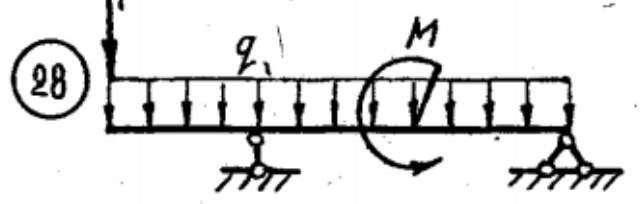
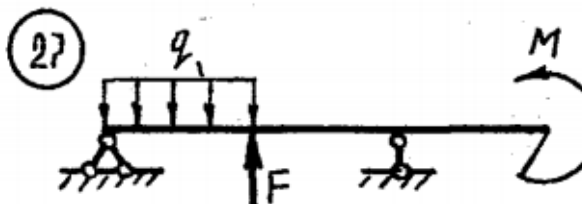
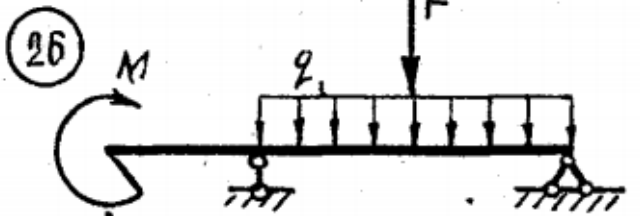
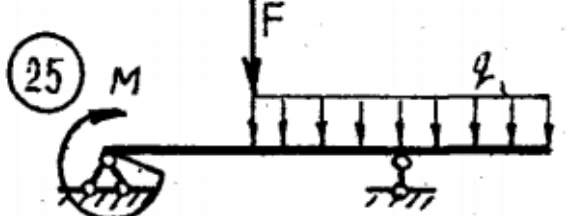
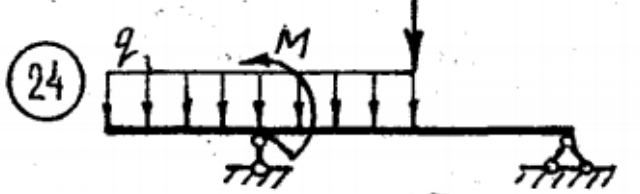
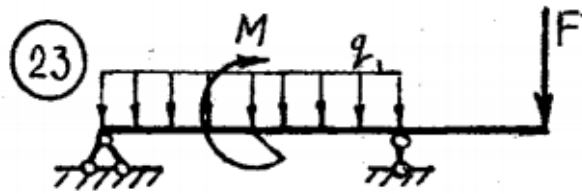
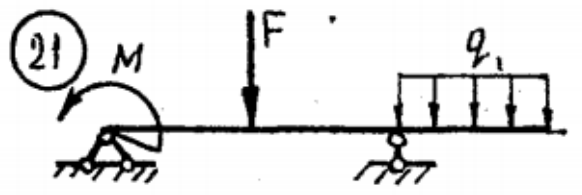
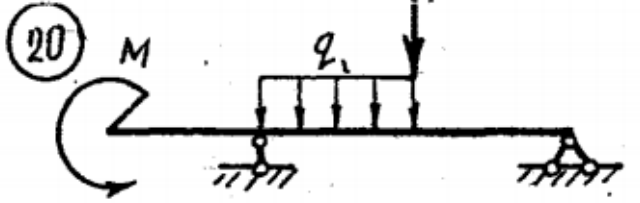
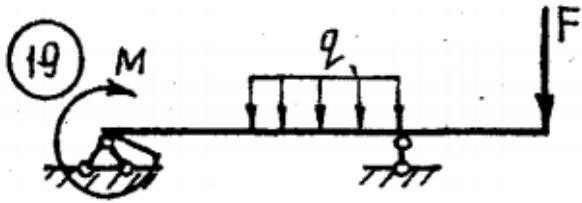
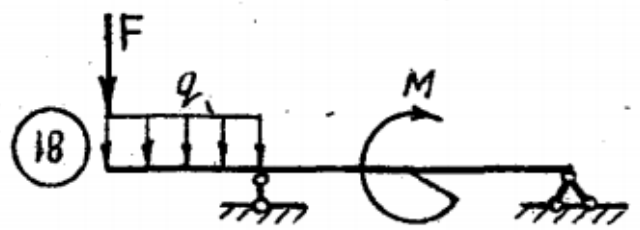
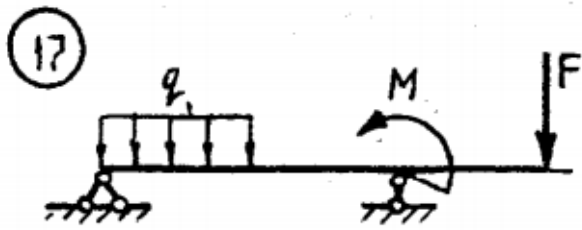
$F = 25 \text{ кН}, P = 30 \text{ кН}, m = 7 \text{ кНм}.$

### ПЗ №3. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАВНОВЕСИЕ БАЛОЧНОЙ СИСТЕМЫ».

Время на выполнение: 45 мин.

Для консольной балки при заданных значениях нагрузок, определить опорные реакции, если:  $q=5 \text{ кН/м}$ ,  $F=10 \text{ кН}$ ,  $M=20 \text{ кН*м}$ ,  $a=2 \text{ м}$ ,



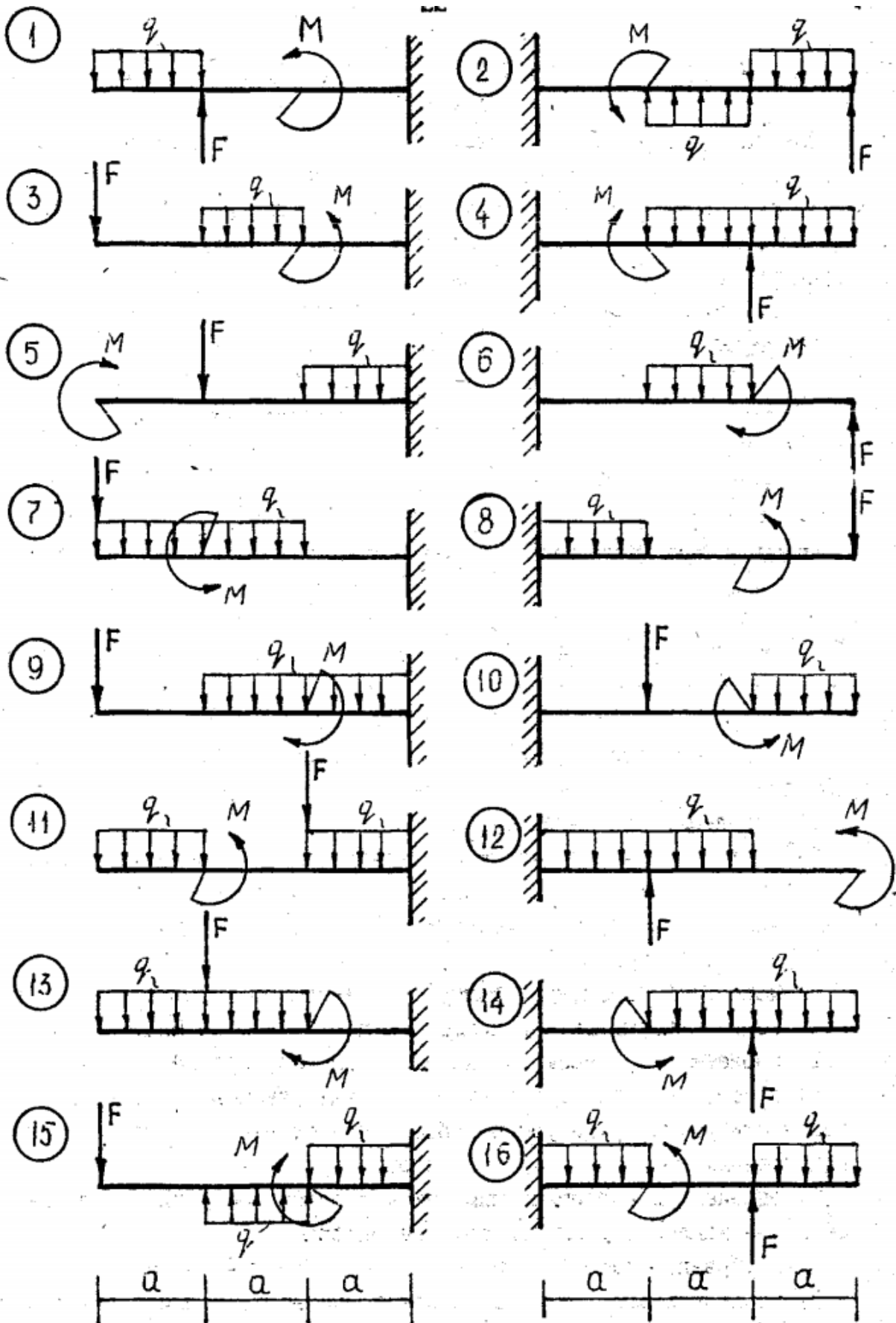


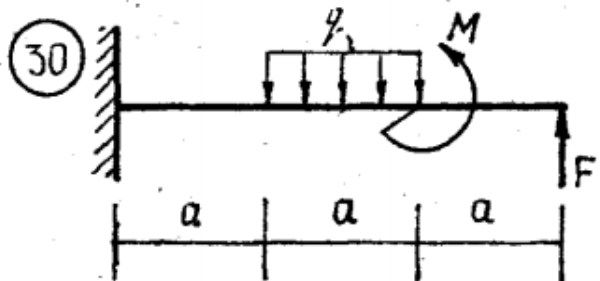
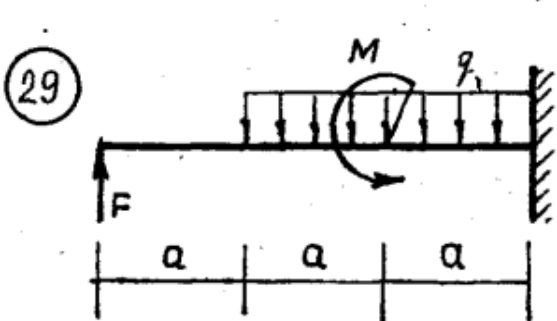
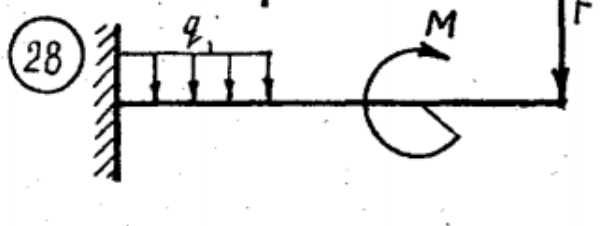
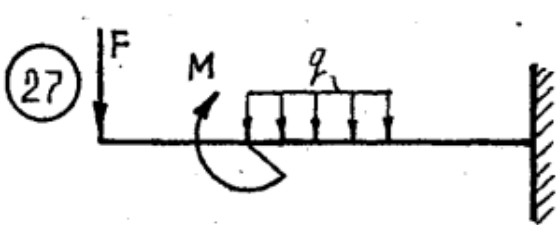
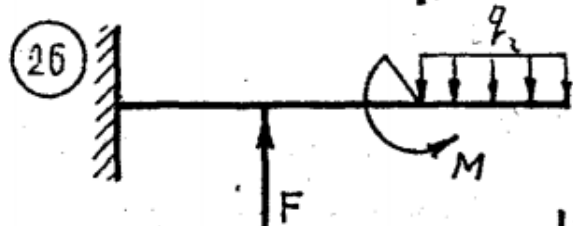
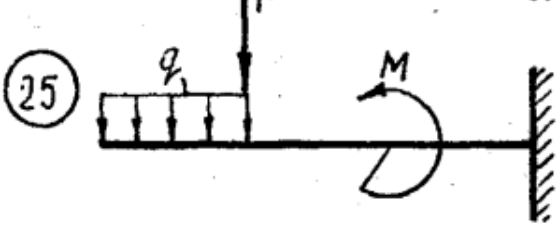
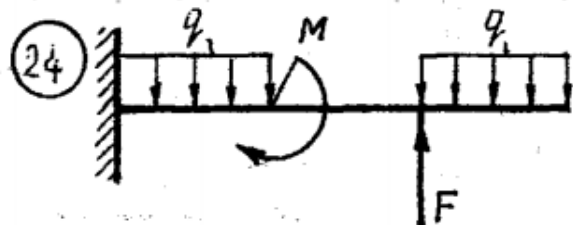
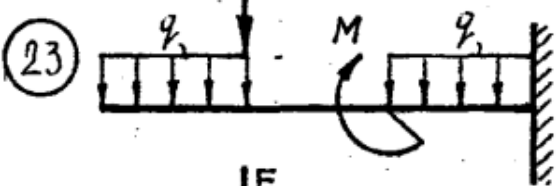
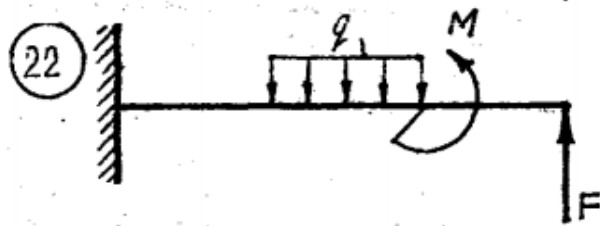
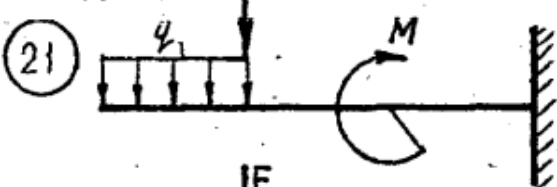
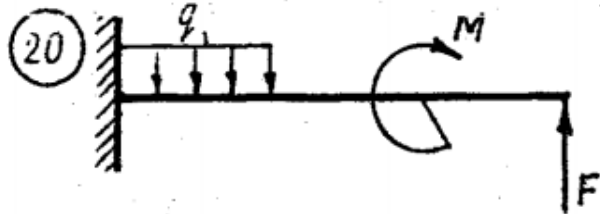
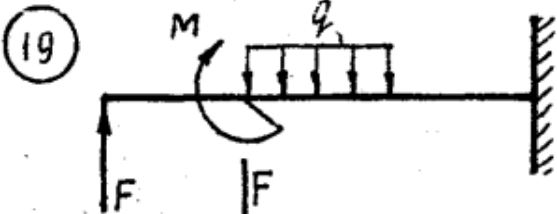
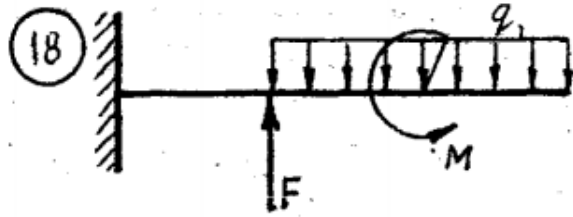
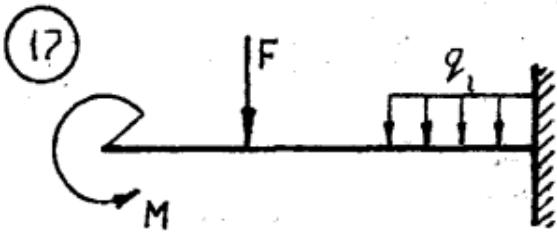
**ПЗ №4. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАВНОВЕСИЕ БАЛОЧНОЙ СИСТЕМЫ».**

Время на выполнение: 45 мин.

Для однопролетной балки с консолью при заданных значениях нагрузок, определить опорные реакции, если:  $q=10 \text{ кН/м}$ ,  $F=20 \text{ кН}$ ,  $M=5 \text{ кН*м}$ ,  $a=1 \text{ м}$ ,

варианты заданий:

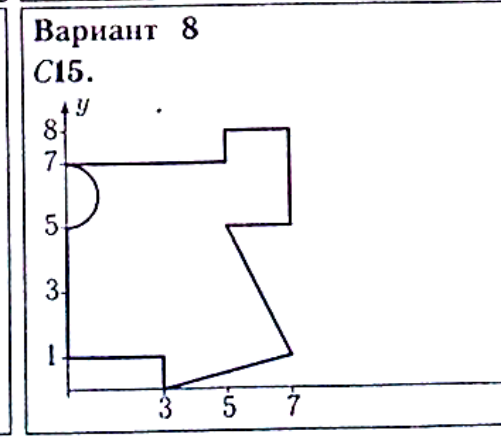
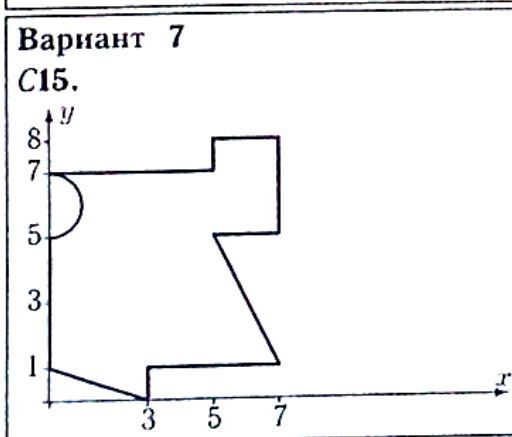
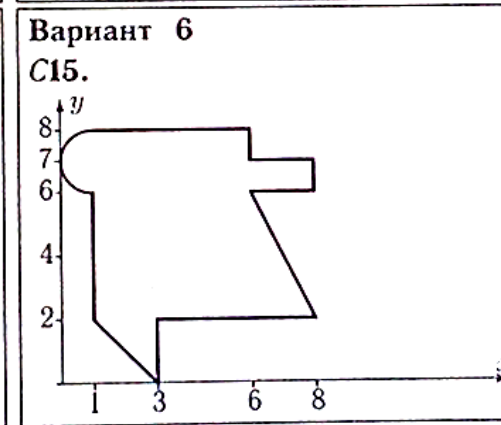
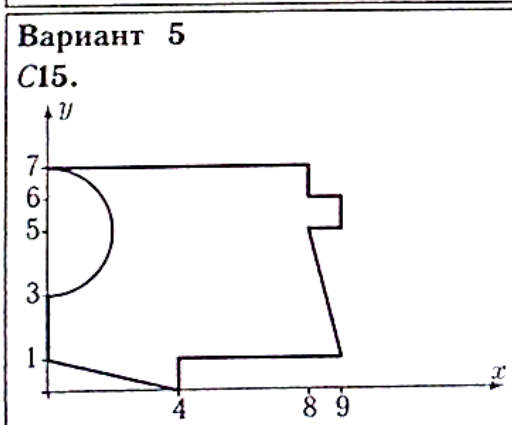
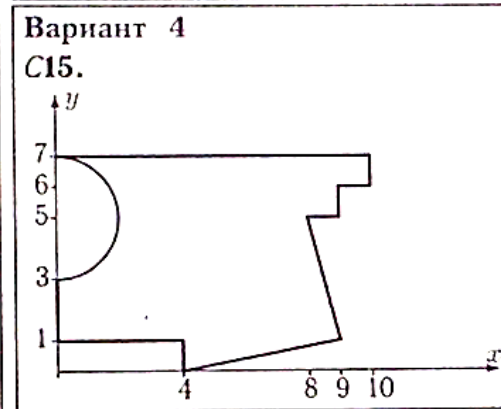
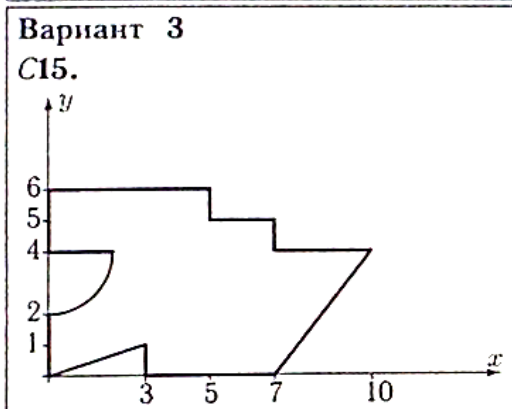
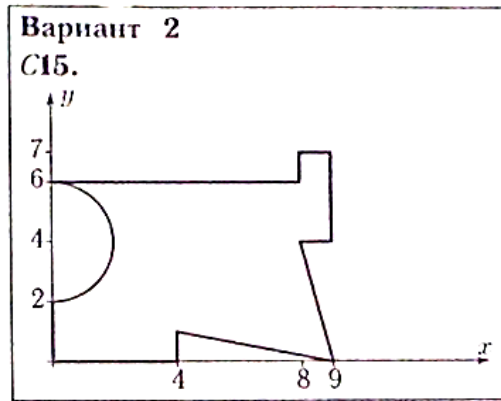
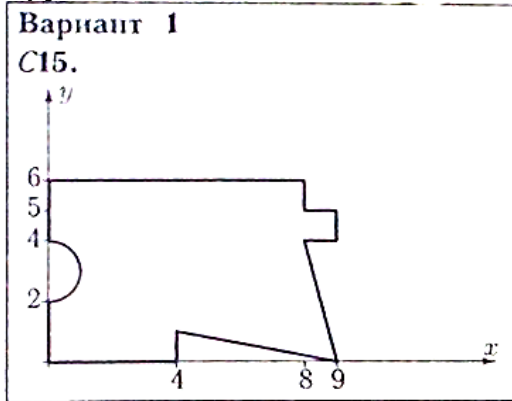




**ПЗ №5. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ – «ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ».**

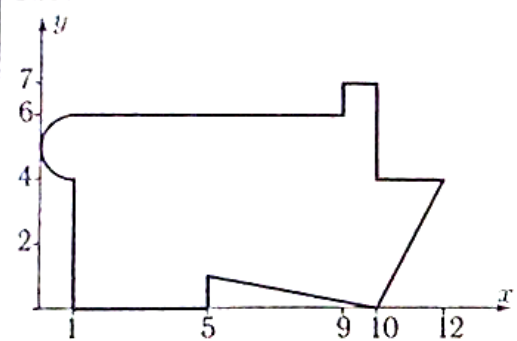
Время на выполнение: 90 мин.

Найти площадь и координаты центра тяжести плоской фигуры. Отметки на осях даны в метрах. Криволинейный участок контура является дугой половины или четверти окружности.



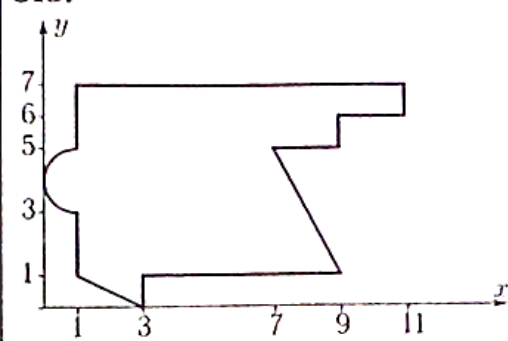
Вариант 9

C15.



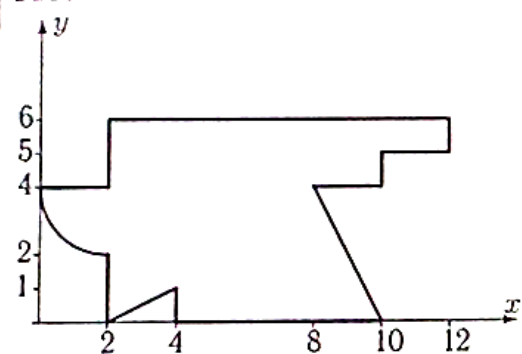
Вариант 10

C15.



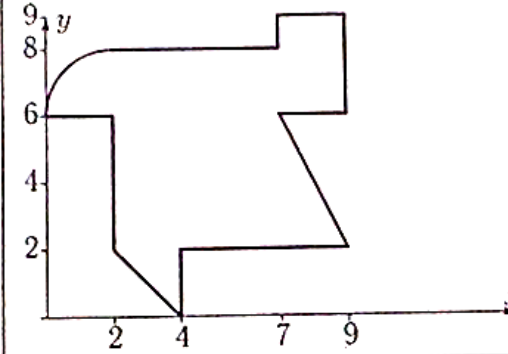
Вариант 11

C15.



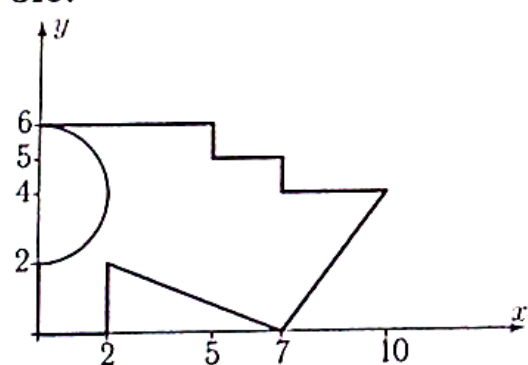
Вариант 12

C15.



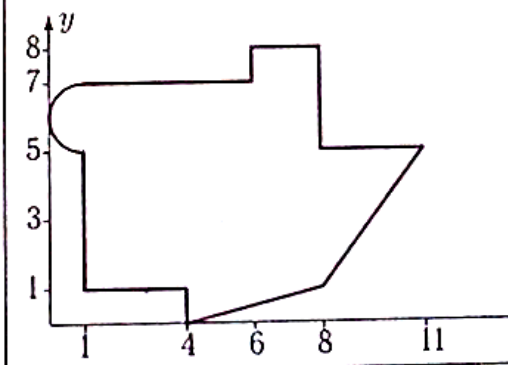
Вариант 13

C15.



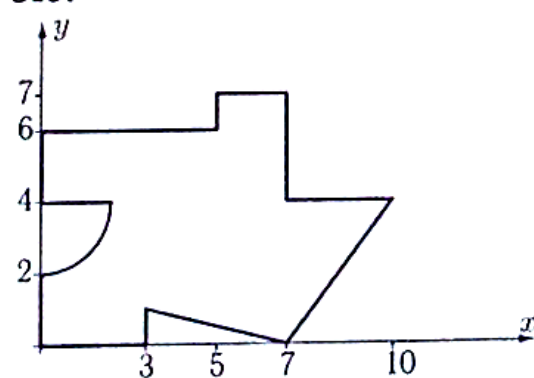
Вариант 14

C15.



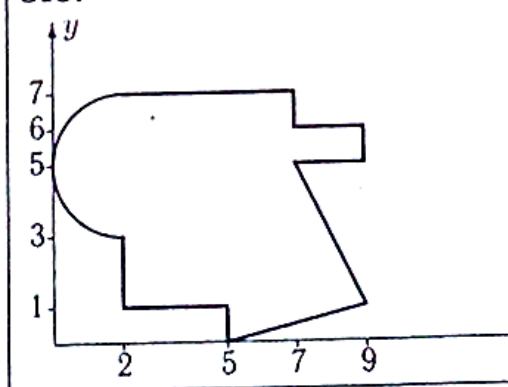
Вариант 15

C15.



Вариант 16

C15.

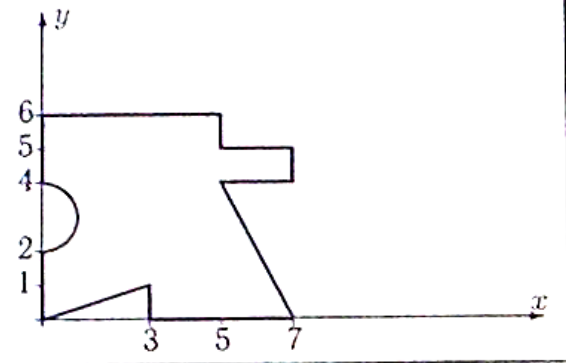






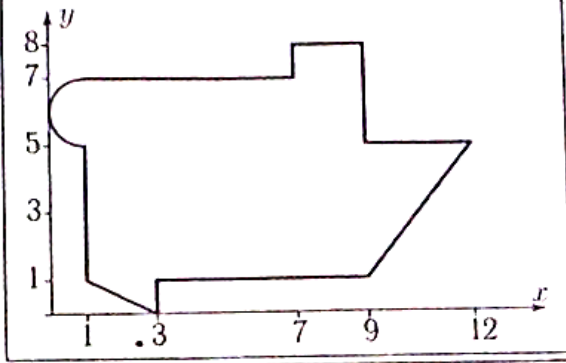
Вариант 17

С15.



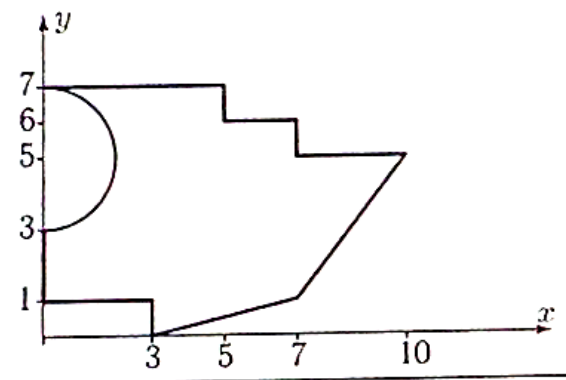
Вариант 18

С15.



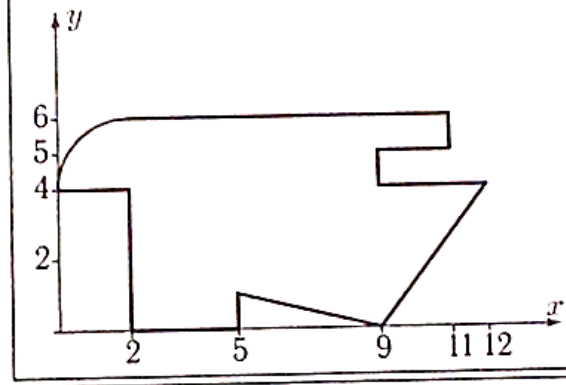
Вариант 19

С15.



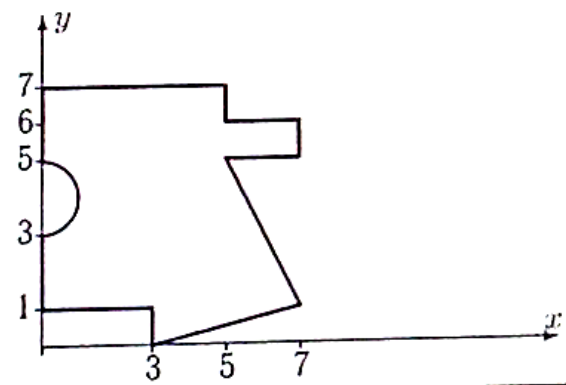
Вариант 20

С15.



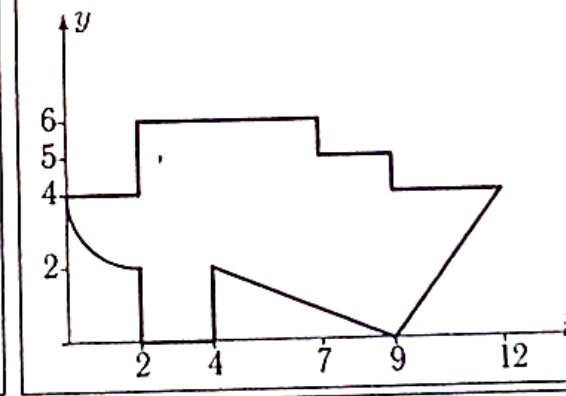
Вариант 21

С15.



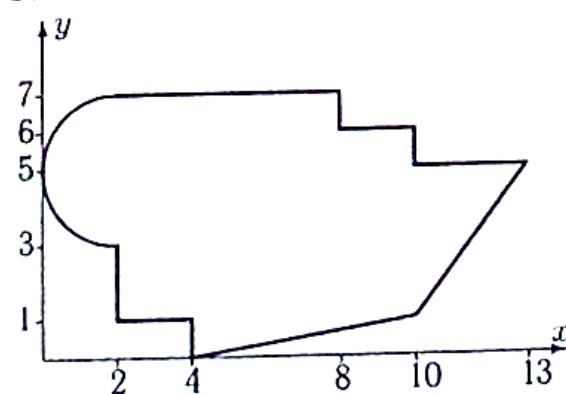
Вариант 22

С15.



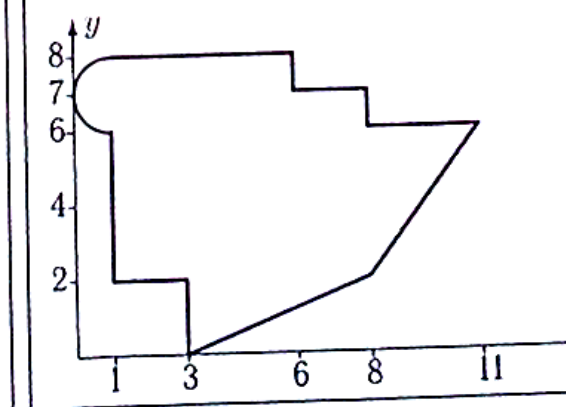
Вариант 23

С15.



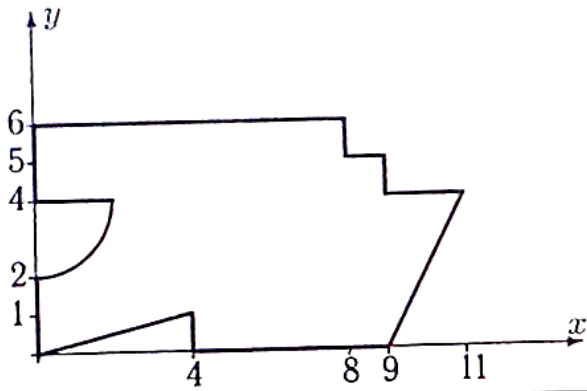
Вариант 24

С15.



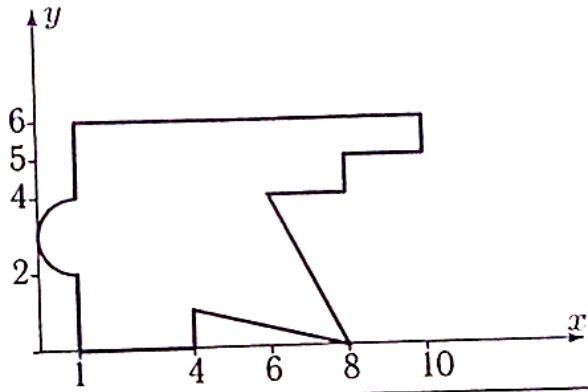
**Вариант 25**

**C15.**



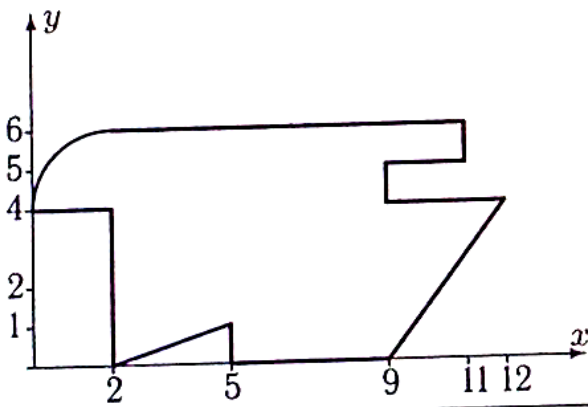
**Вариант 26**

**C15.**



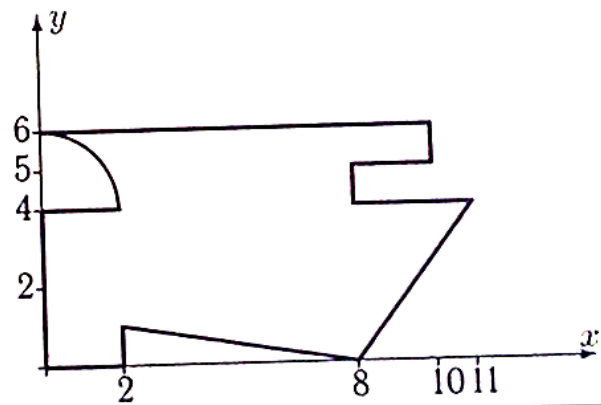
**Вариант 27**

**C15.**



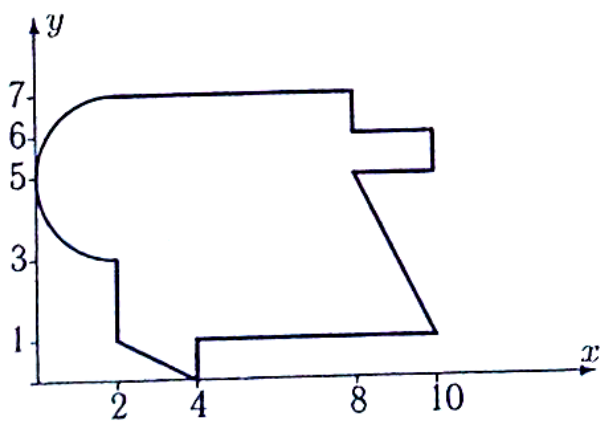
**Вариант 28**

**C15.**



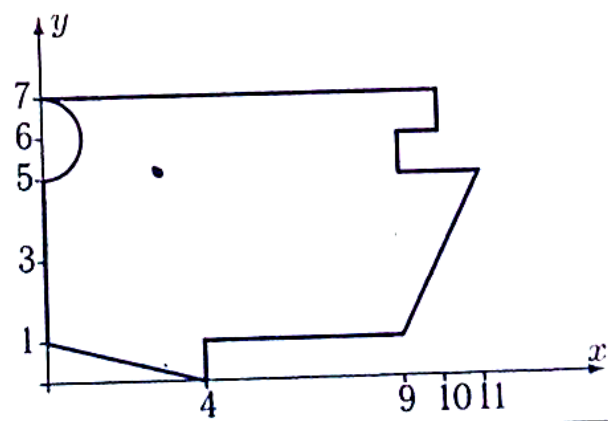
**Вариант 29**

**C15.**



**Вариант 30**

**C15.**



**ПЗ №6. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ В ПЛОСКОСТИ».**

Время на выполнение: 45 мин

Точка движется по закону  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$ . Для момента времени  $t=t_1$  найти скорость, ускорение точки и радиус кривизны траектории.

**Вариант 1**

$$x = 6e^{-2t},$$

$$y = 18\sqrt{1 - e^{-4t}},$$

$$t_1 = 0.06.$$

**Вариант 2**

$$x = \frac{10(t^2-1)}{1+t^2},$$

$$y = \frac{10(t^2-1)t}{1+t^2},$$

$$t_1 = 6.$$

**Вариант 3**

$$x = \frac{5(t^2-1)}{1+t^2},$$

$$y = \frac{5(t^2-1)t}{1+t^2},$$

$$t_1 = 10.$$

**Вариант 4**

$$x = 8 \cos(24t),$$

$$y = 7 \sin^2(12t),$$

$$t_1 = 7\pi/48.$$

**Вариант 5**

$$x = 600/(t + 7),$$

$$y = (t - 2500)/(t + 7)^2,$$

$$t_1 = 4.$$

**Вариант 6**

$$x = 9t^5,$$

$$y = 10\sqrt{1 - t^{10}},$$

$$t_1 = 0.87.$$

**Вариант 7**

$$x = 6 + 3 \cos(t),$$

$$y = 6 \operatorname{tg}(t) + 3 \sin t,$$

$$t_1 = 5\pi/6.$$

**Вариант 8**

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{16}{\sin(4t)+2} + 1 \right),$$

$$y = 2 \sin(4t),$$

$$t_1 = \pi/12.$$

**Вариант 9**

$$x = 3t^2,$$

$$y = 4\sqrt{1 - t^4},$$

$$t_1 = 0.86.$$

**Вариант 10**

$$x = \frac{1}{11} \left( \frac{14}{\sin(4t)+2} + 1 \right),$$

$$y = 11 \sin(4t),$$

$$t_1 = \pi/3.$$

**Вариант 11**

$$x = 2 \cos(18t),$$

$$y = 4 \sin^2(9t),$$

$$t_1 = \pi/12.$$

**Вариант 12**

$$x = 7t^2,$$

$$y = 8\sqrt{1 - t^4},$$

$$t_1 = 0.9.$$

**Вариант 13**

$$x = 7 \sin(11t),$$

$$y = \frac{7}{1+\sin^2(11t)},$$

$$t_1 = \pi/3.$$

**Вариант 14**

$$x = t,$$

$$y = 6(e^{t/12} + e^{-t/12}),$$

$$t_1 = 3.$$

**Вариант 15**

$$x = 7 \cos^3(4t),$$

$$y = 7 \sin^3(4t),$$

$$t_1 = 5\pi/12.$$

**Вариант 16**

$$x = 9e^{-3t},$$

$$y = 27\sqrt{1 - e^{-6t}},$$

$$t_1 = 0.1.$$

**Вариант 17**

$$x = 18t/(1 + t^3),$$

$$y = 18t^2/(1 + t^3),$$

$$t_1 = 0.8.$$

**Вариант 18**

$$x = 7t^2/(1 + t^2),$$

$$y = 7t^3/(1 + t^2),$$

$$t_1 = 4.$$

**Вариант 19**

$$x = 200/(t + 3),$$

$$y = (t - 1200)/(t + 3)^2,$$

$$t_1 = 6.$$

**Вариант 20**

$$x = \frac{1}{5}(20/(e^{4t} + 1) + 1),$$

$$y = e^{4t},$$

$$t_1 = 0.06.$$

**Вариант 21**

$$x = 11 \sin(4t),$$

$$y = 12 + 5 \cos(8t),$$

$$t_1 = 11\pi/24.$$

**Вариант 22**

$$x = 8 \cos^3(2t),$$

$$y = 8 \sin^3(2t),$$

$$t_1 = 7\pi/6.$$

**Вариант 23**

$$x = \frac{1}{4}(8/(e^{2t} + 1) + 1),$$

$$y = e^{2t},$$

$$t_1 = 0.04.$$

**Вариант 24**

$$x = 11 \sin(4t),$$

$$y = -1.1(9 + \cos^2(4t)) \sin(4t),$$

$$t_1 = 7\pi/12.$$

**Вариант 25**

$$x = 8 \cos^3(5t),$$

$$y = 8 \sin^3(5t),$$

$$t_1 = 7\pi/15.$$

**Вариант 26**

$$x = 8 \sin(3t),$$

$$y = 15 \cos(3t) + 9,$$

$$t_1 = 4\pi/9.$$

**Вариант 27**

$$x = 7t^2/(1 + t^2),$$

$$y = 7t^3/(1 + t^2),$$

$$t_1 = 8.$$

**Вариант 28**

$$x = 19/(t + 3),$$

$$y = (15 - 90t)/(t + 3)^3,$$

$$t_1 = 0.2.$$

**Вариант 29**

$$x = \cos(5t)(5 + 4 \cos(5t)),$$

$$y = \sin(5t)(5 + 4 \cos(5t)),$$

$$t_1 = 11\pi/30.$$

**Вариант 30**

$$x = 2 \cos(26t),$$

$$y = 4 \sin^2(13t),$$

$$t_1 = \pi/12.$$

**ПЗ №7. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «СКОРОСТЬ И УСКОРЕНИЕ ТОЧЕК ТЕЛА».**

Время на выполнение: 45 мин.

<b>Задача 5.1</b> Диск вращается с постоянным угловым ускорением $\epsilon$ . Через 0.2 с после начала движения из состояния покоя ускорение точки, лежащей на расстоянии 1 см от оси вращения, достигает $7 \text{ см/с}^2$ . Найти $\epsilon$ .	<b>Задача 5.2</b> Диск вращается с постоянным угловым ускорением $0.01 \text{ рад/с}^2$ . На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой через 100 с после начала движения из состояния покоя достигает $9 \text{ см/с}^2$ ?
<b>Задача 5.3</b> Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 5 с после начала движения ускорение точки М, лежащей на расстоянии 250 см от оси, достигает $50 \text{ см/с}^2$ . Найти угловую скорость тела в этот момент.	<b>Задача 5.4</b> Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 1 с после начала движения ускорение точки М, лежащей на расстоянии 10 см от оси, достигает $10 \text{ см/с}^2$ . Найти угловую скорость тела в этот момент.
<b>Задача 5.5</b> Колесо, вращаясь вокруг неподвижной оси, увеличивает свою угловую скорость по закону $\omega = kt^2$ . Через $0.7\text{с}$ ускорение точки, лежащей на его ободе, становится равным $23 \text{ см/с}^2$ . Радиус диска $R = 24 \text{ см}$ . Найти угловую скорость колеса при $t = 4 \text{ с}$ .	<b>Задача 5.6</b> Вращаясь с постоянным угловым ускорением, диск делает 70 оборотов за 350 с после начала движения из состояния покоя. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно $50 \text{ см/с}^2$ ?
<b>Задача 5.7</b> Вращаясь с постоянной угловой скоростью, диск делает 60 оборотов за 36 с после начала движения из состояния покоя. Найти скорость точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска $R = 16 \text{ см}$ .	<b>Задача 5.8</b> Имея угловую скорость $\omega = 10.5 \text{ рад/с}^2$ , маховик начинает равномерно тормозить ( $\epsilon = \text{const}$ ). После 45 оборотов его угловая скорость уменьшается вдвое. Найти угловое ускорение маховика.
<b>Задача 5.9</b> Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 32 с после начала движения ускорение точки М, лежащей на расстоянии 6 см от оси, достигает $39 \text{ см/с}^2$ . Сколько оборотов сделает тело за это время ?	<b>Задача 5.10</b> Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 6 с после начала движения ускорение точки М, лежащей на расстоянии 120 см от оси, достигает $20 \text{ см/с}^2$ . Найти угловую скорость тела в этот момент.
<b>Задача 5.11</b> Вращаясь с постоянным угловым ускорением, диск делает 60 оборотов за 480 с после начала движения из состояния покоя. Найти ускорение точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска $R = 8 \text{ см}$ .	<b>Задача 5.12</b> Колесо, вращаясь вокруг неподвижной оси, увеличивает свою угловую скорость по закону $\omega = kt^2$ . Через $0.7\text{с}$ ускорение точки, лежащей на его ободе, становится равным $23 \text{ см/с}^2$ . Радиус диска $R = 24 \text{ см}$ . Найти угловую скорость колеса при $t = 4 \text{ с}$ .



**Задача 5.13**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением и развивает угловую скорость  $1 \text{ рад/с}$ , сделав 30 оборотов после начала движения. Найти ускорение точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска  $R = 11 \text{ см}$ .

**Задача 5.14**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой через 2 с после начала вращения из состояния покоя достигает  $18 \text{ см/с}^2$ ? Угловая скорость в этот момент равна  $0.9 \text{ рад/с}$ .

**Задача 5.15**

Вращаясь с постоянным угловым ускорением, диск делает 60 оборотов за 540 с после начала движения из состояния покоя. Найти ускорение точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска  $R = 9 \text{ см}$ .

**Задача 5.16**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 35 с после начала движения ускорение точки  $M$ , лежащей на расстоянии 11 см от оси, достигает  $59 \text{ см/с}^2$ . Сколько оборотов сделает тело за это время?

**Задача 5.17**

Колесо, вращаясь вокруг неподвижной оси, увеличивает свою угловую скорость по закону  $\omega = kt^2$ . Через  $1.3 \text{ с}$  ускорение точки, лежащей на его ободе, становится равным  $27 \text{ см/с}^2$ . Радиус диска  $R = 28 \text{ см}$ . Найти угловое ускорение колеса при  $t = 8 \text{ с}$ .

**Задача 5.18**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением и развивает угловую скорость  $5 \text{ рад/с}$ , сделав 60 оборотов после начала движения. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $31 \text{ см/с}^2$ ?

**Задача 5.19**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением  $1.9 \text{ рад/с}^2$  и за некоторое время  $t$  делает 5 оборотов. Начальная угловая скорость тела равна нулю. Найти скорость точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска  $R = 5 \text{ см}$ .

**Задача 5.20**

Вращаясь с постоянной угловой скоростью, диск делает 80 оборотов за 144 с после начала движения из состояния покоя. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $280 \text{ см/с}^2$ ?

**Задача 5.21**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением и развивает угловую скорость  $8 \text{ рад/с}$ , сделав 80 оборотов после начала движения. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $65 \text{ см/с}^2$ ?

**Задача 5.22**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением и развивает угловую скорость  $1 \text{ рад/с}$ , сделав 20 оборотов после начала движения. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $3 \text{ см/с}^2$ ?

**Задача 5.23**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением. Вычислить ускорение точки, лежащей на расстоянии 15 см от оси, через 2 с после начала вращения из состояния покоя, если угловая скорость в этот момент равна  $0.7 \text{ рад/с}$ .

**Задача 5.24**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением  $1.3 \text{ рад/с}^2$  и за некоторое время  $t$  делает 35 оборотов. Начальная угловая скорость тела равна нулю. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $70 \text{ м/с}^2$ ?

**Задача 5.25**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Через 3 с после начала движения ускорение точки М, лежащей на расстоянии 126 см от оси, достигает  $7 \text{ см/с}^2$ . Найти скорость точки М в этот момент.

**Задача 5.27**

Вращаясь с постоянным угловым ускорением, диск делает 70 оборотов за 70 с после начала движения из состояния покоя. Найти ускорение точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска  $R = 1 \text{ см}$ .

**Задача 5.29**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по произвольному закону  $\varphi = \varphi(t)$ . В момент, когда угловое ускорение тела равно  $6 \text{ рад/с}^2$ , известно ускорение точки, лежащей на расстоянии 5 см от оси,  $a = 34 \text{ см/с}^2$ . Чему равна в этот момент угловая скорость тела?

**Задача 5.31**

Диск вращается с постоянным угловым ускорением  $\epsilon$ . Через 0.4 с после начала движения из состояния покоя ускорение точки, лежащей на расстоянии 2 см от оси вращения, достигает  $9 \text{ см/с}^2$ . Найти  $\epsilon$ .

**Задача 5.33**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по произвольному закону  $\varphi = \varphi(t)$ . В некоторый момент угловое ускорение тела равно  $5 \text{ рад/с}^2$ . Известна скорость  $v = 22 \text{ см/с}$  точки, лежащей на расстоянии 11 см от оси. Найти ускорение этой точки.

**Задача 5.26**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой через 6 с после начала вращения из состояния покоя достигает  $14 \text{ см/с}^2$ ? Угловая скорость в этот момент равна  $0.2 \text{ рад/с}$ .

**Задача 5.28**

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением  $1.9 \text{ рад/с}^2$  и за некоторое время  $t$  делает 5 оборотов. Начальная угловая скорость тела равна нулю. Найти ускорение точки, лежащей на его ободе, в этот момент. Радиус диска  $R = 6 \text{ см}$ .

**Задача 5.30**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением. Через какое время после начала движения из состояния покоя ускорение точки на его ободе достигнет  $6 \text{ см/с}^2$ , а угловая скорость будет при этом равна  $0.4 \text{ рад/с}$ ? Радиус диска  $R = 6 \text{ с}$ .

**Задача 5.32**

Вращаясь с постоянным угловым ускорением, диск делает 40 оборотов за 400 с после начала движения из состояния покоя. На каком расстоянии от оси вращения находится точка, ускорение которой в этот момент равно  $100 \text{ см/с}^2$ ?

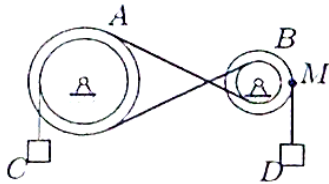
**Задача 5.34**

Колесо вращается с постоянным угловым ускорением. Вычислить ускорение точки, лежащей на расстоянии 20 см от оси, через 4 с после начала вращения из состояния покоя, если угловая скорость в этот момент равна  $0.3 \text{ рад/с}$ .

**ПЗ №8. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ПЕРЕДАЧА ВРАЩЕНИЙ».**  
Время на выполнение: 90 мин.



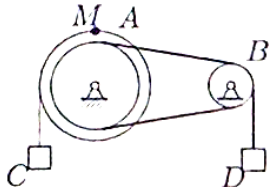
Задача 6.1



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 100t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

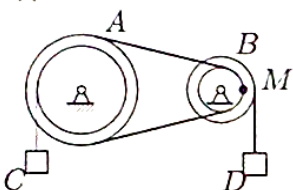
Задача 6.2



Шкив  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 20t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

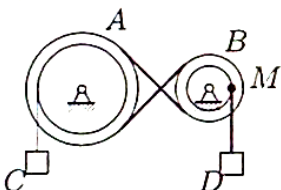
Задача 6.3



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 100t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

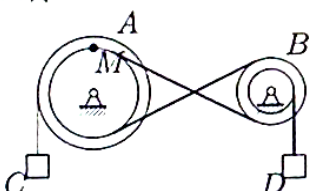
Задача 6.4



Шкив  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 16t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

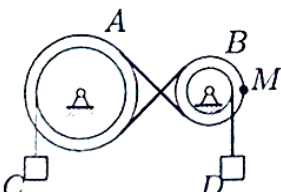
Задача 6.5



Движение шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см) передается ремнем шкиву  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см). Скорость груза увеличивается  $V_C = 24t^3$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

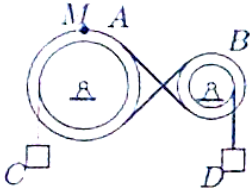
Задача 6.6



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 40t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

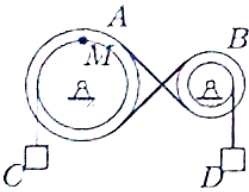
**Задача 6.7**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 32t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

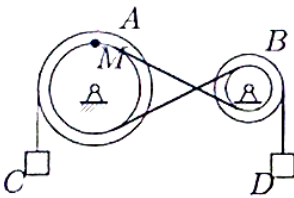
**Задача 6.8**



Шкив  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 10t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

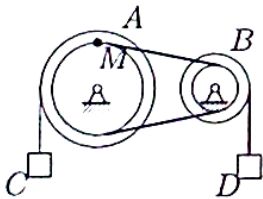
**Задача 6.9**



Движение шкива  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см) передается ремнем шкиву  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см). Скорость груза увеличивается  $V_C = 45t^3$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

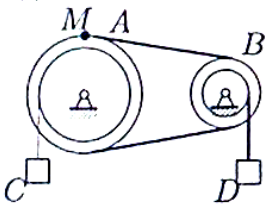
**Задача 6.10**



Шкив  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 30t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

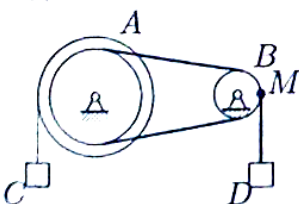
**Задача 6.11**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 20t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

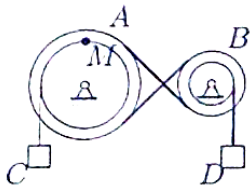
**Задача 6.12**



Движение шкива  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см) передается ремнем шкиву  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см). Скорость груза увеличивается  $V_C = 15t^3$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

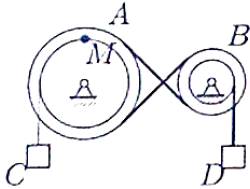
**Задача 6.13**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 24t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

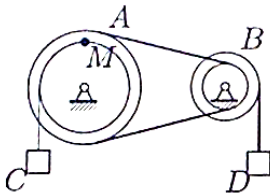
**Задача 6.14**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 32t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

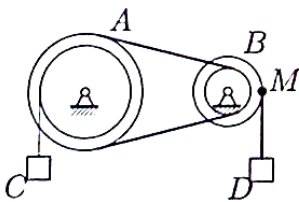
**Задача 6.15**



Шкив  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 30t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

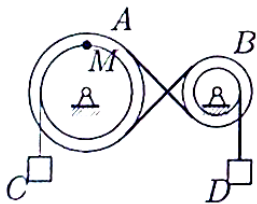
**Задача 6.16**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 40t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

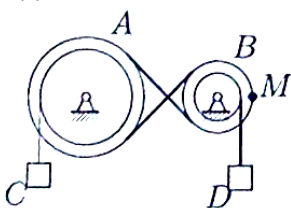
**Задача 6.17**



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 40t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

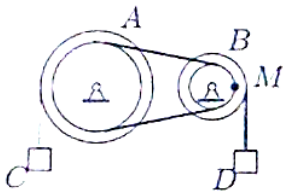
**Задача 6.18**



Шкив  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 12t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

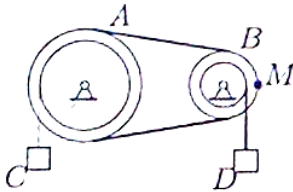
Задача 6.19



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 40t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

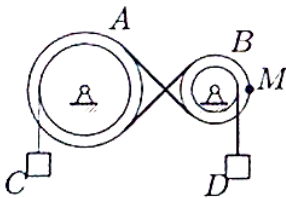
Задача 6.20



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 20t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

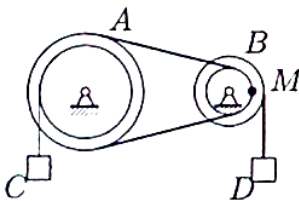
Задача 6.21



Движение шкива  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см) передается ремнем шкиву  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см). Скорость груза увеличивается  $V_C = 24t^3$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

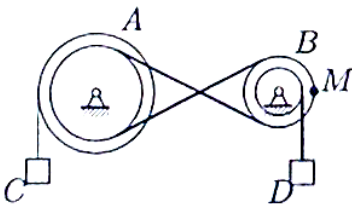
Задача 6.22



Шкив  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 20t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

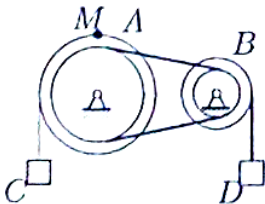
Задача 6.23



Шкив  $A$  ( $R_A = 25$  см,  $r_A = 15$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 10$  см,  $r_B = 8$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 16t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

Задача 6.24

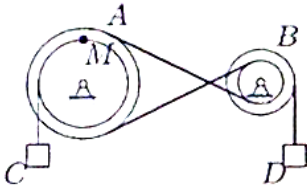


Шкив  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 30t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1



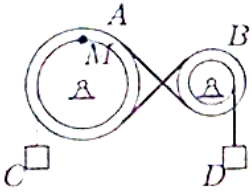
Задача 6.25



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 60t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

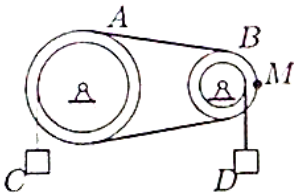
Задача 6.26



Шкив  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 20t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

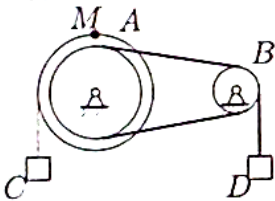
Задача 6.27



Шкив  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 12t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

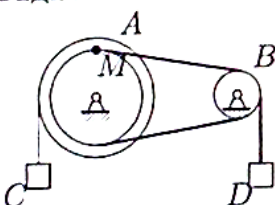
Задача 6.28



Шкив  $A$  ( $R_A = 30$  см,  $r_A = 20$  см) соединен со шкивом  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 6$  см) ремнем. Груз  $C$  опускается с переменной скоростью  $V_C = 12t^2$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

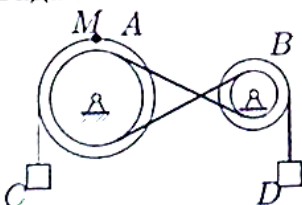
Задача 6.29



Движение шкива  $A$  ( $R_A = 40$  см,  $r_A = 30$  см) передается ремнем шкиву  $B$  ( $R_B = 25$  см,  $r_B = 10$  см). Скорость груза увеличивается  $V_C = 30t^3$  см/с. Найти  $V_D$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

Задача 6.30



Механическая передача состоит из шкива  $A$  ( $R_A = 20$  см,  $r_A = 16$  см), шкива  $B$  ( $R_B = 15$  см,  $r_B = 5$  см), соединенных ремнем, и двух грузов  $C$  и  $D$ . Груз  $D$  опускается с переменной скоростью  $V_D = 60t^4$  см/с. Найти  $V_C$  и  $a_M$  через 1 с после начала движения.

6.1

## ПЗ №9. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ».

Время на выполнение: 90 мин

Сформулированы пять отдельных задач. В каждой задаче задана сила, направленная вдоль прямой, по которой движется точка, масса, начальные данные. В первой задаче сила постоянная, в других – зависит от координаты  $x$ , времени  $t$ , скорости  $U$ .

### Задача 3.1.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	40	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	8	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$2 \sin(\pi x/3) + 9$	6	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$9v(v + 7)$	500	$t = 0, v_0 = 10$	Когда скорость достигнет значения 19?
5	$4\sqrt{v^2 + 5}$	400	$x = 0, v_0 = 8$	При $v = 12$ найти $x$ .

### Задача 3.2.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	8	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$8t^2/(1 + 5t)$	10	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$8x^2/(1 + 5x)$	11	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 6$ м найти $v$ .
4	$11v^3$	8	$t = 0, v_0 = 3.7$	Когда скорость достигнет значения 18.5?
5	$40 \sin(2t) - 98x$	2	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 7$	При $t = 0.1$ найти $x$ .

### Задача 3.3.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	40	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	6	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$0.3 \exp(x/2) + x^2$	5	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 6$ м найти $v$ .
4	$11v(v + 7)$	500	$t = 0, v_0 = 12$	Когда скорость достигнет значения 21?
5	$5 \sin(6t) - 9x$	1	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 10$	При $t = 0.5$ найти $x$ .

### Задача 3.4.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	36	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $t = 13$ найти $x$ .
2	$10/(1 + 2t)$	6	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$2 \cos(\pi x/4) + 3x^2$	9	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$11/(10 + v^2)$	3	$t = 0, v_0 = 9$	Когда скорость достигнет значения 9.5?
5	$v^2 - 8v + 15$	12	$x = 0, v_0 = 6$	При $v = 10$ найти $x$ .

**Задача 3.5.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	40	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$\sqrt{2t + 1}$	15	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$9x^2/(2 + x^3)$	8	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$9v(v + 9)$	500	$t = 0, v_0 = 10$	Когда скорость достигнет значения 22?
5	$11\sqrt{v^2 + 5}$	400	$x = 0, v_0 = 21$	При $v = 25$ найти $x$ .

**Задача 3.6.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	54	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$2 \cos(\pi t/5) + 4$	8	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$2 \cos(\pi x/5) + 4$	6	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$8/(4 + v^2)$	4	$t = 0, v_0 = 3$	Когда скорость достигнет значения 3.5?
5	$4v/(7 + v)$	18	$x = 0, v_0 = 3$	При $v = 4$ найти $x$ .

**Задача 3.7.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	72	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$2 \cos^2(\pi t/6)$	13	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$x\sqrt{x^2 + 1}$	7	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$8 + v/(4v^2)$	3	$t = 0, v_0 = 3$	Когда скорость достигнет значения 3.5?
5	$4v/(8 + v)$	12	$x = 0, v_0 = 2$	При $v = 3$ найти $x$ .

**Задача 3.8.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	60	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	11	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$\sqrt{2x + 1}$	6	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$7v(v + 7)$	300	$t = 0, v_0 = 8$	Когда скорость достигнет значения 17?
5	$24 + 4v^2$	200	$x = 0, v_0 = 6$	При $v = 26$ найти $x$ .

**Задача 3.9.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	28	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $v = 7$ найти $x$ .
2	$3 \cos(\pi t/2) + 4t$	10	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$10/(1 + 2x)$	4	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$4e^{v/5}$	50	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 9?
5	$4v(2 + v)$	1000	$x = 0, v_0 = 9$	При $v = 16$ найти $x$ .



**Задача 3.10.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	27	9	$t = 0, x_0 = -4, v_0 = 9$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$2 \cos(\pi t/4) + 3t^2$	11	$t = 0, v_0 = 9$	При $t = 2$ найти $v$ .
3	$10/(1 + 2x)$	4	$x = 0, v_0 = 9$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$6/(3 + v^2)$	2	$t = 0, v_0 = 2$	Когда скорость достигнет значения 2.5?
5	$3v(3 + v)$	200	$x = 0, v_0 = 1$	При $v = 6$ найти $x$ .

**Задача 3.11.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	60	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $t = 13$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	6	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$0.3 \exp(x/2) + x^2$	5	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$3v(v + 7)$	300	$t = 0, v_0 = 4$	Когда скорость достигнет значения 13?
5	$3v(5 + v)$	400	$x = 0, v_0 = 3$	При $v = 8$ найти $x$ .

**Задача 3.12.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	72	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $t = 13$ найти $x$ .
2	$2 \cos(\pi t/5) + 4$	13	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$x\sqrt{x^2 + 1}$	6	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 3$ м найти $v$ .
4	$8 + v/(5v^2)$	3	$t = 0, v_0 = 4$	Когда скорость достигнет значения 4.5?
5	$5v/\sin(v/9)$	12	$x = 0, v_0 = 9$	При $v = 18$ найти $x$ .

**Задача 3.13.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	18	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	11	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$9x^2/(2 + x^3)$	5	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$8v^2$	18	$t = 0, v_0 = 4.1$	Когда скорость достигнет значения 20.5?
5	$6v^2(v + 10)$	300	$x = 0, v_0 = 21$	При $v = 24$ найти $x$ .

**Задача 3.14.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	108	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$7e^{2t}/(1 + e^{2t})$	14	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$10/(1 + 2x)$	10	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 6$ м найти $v$ .
4	$12 + v/(11v^2)$	4	$t = 0, v_0 = 10$	Когда скорость достигнет значения 10.5?
5	$18 \sin(7t) - 4x$	1	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 11$	При $t = 0.6$ найти $x$ .



**Задача 3.15.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	108	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$t \exp(t/4)$	6	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$0.2 \exp(x/5) + 1$	8	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 3$ м найти $v$ .
4	$9 + v/(6v^2)$	4	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 5.5?
5	$6 \sin(7t) - 8x$	2	$x = 0, v_0 = 17$	При $v = 5.5$ найти $x$ .

**Задача 3.16.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	24	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$10/(1 + 2t)$	12	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$8x^2/(1 + 5x)$	10	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 1$ м найти $v$ .
4	$11/(2 + v^3)$	5	$t = 0, v_0 = 1$	Когда скорость достигнет значения 1.5?
5	$2v^4$	8	$x = 0, v_0 = 1.6$	При $v = 3.2$ найти $x$ .

**Задача 3.17.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	84	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $v = 7$ найти $x$ .
2	$0.3 \exp(t/2) + t^2$	10	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$3 \sin(\pi x/4) + x^2$	3	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$4 + v/(7v^2)$	6	$t = 0, v_0 = 6$	Когда скорость достигнет значения 6.5?
5	$28 + 4v^2$	500	$x = 0, v_0 = 7$	При $v = 31$ найти $x$ .

**Задача 3.18.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	70	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $x$ .
2	$2 \cos(\pi t/4) + 3t^2$	7	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$3 \cos(\pi x/2) + 4x$	4	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$3v(v + 6)$	600	$t = 0, v_0 = 4$	Когда скорость достигнет значения 10?
5	$3v(5 + v)$	1000	$x = 0, v_0 = 9$	При $v = 14$ найти $x$ .

**Задача 3.19.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	36	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$t \exp(t/4)$	12	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$7e^{2x}/(1 + e^{2x})$	8	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$9/(9 + v^3)$	3	$t = 0, v_0 = 8$	Когда скорость достигнет значения 8.5?
5	$10\sqrt{v^2 + 5}$	200	$x = 0, v_0 = 20$	При $v = 24$ найти $x$ .

**Задача 3.20.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	18	9	$t = 0, x_0 = -4, v_0 = 9$	При $v = 10$ найти $x$ .
2	$t \exp(t/4)$	2	$t = 0, v_0 = 9$	При $t = 2$ найти $v$ .
3	$0.2 \exp(x/5) + 1$	8	$x = 0, v_0 = 9$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$4e^{v/9}$	18	$t = 0, v_0 = 1$	Когда скорость достигнет значения 5?
5	$4v(2 + v)$	200	$x = 0, v_0 = 1$	При $v = 8$ найти $x$ .

**Задача 3.21.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	54	9	$t = 0, x_0 = -4, v_0 = 9$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$4 \sin(\pi t/2) + 5t$	7	$t = 0, v_0 = 9$	При $t = 2$ найти $v$ .
3	$0.3 \exp(x/2) + x^2$	5	$x = 0, v_0 = 9$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$7 + v/(9v^2)$	2	$t = 0, v_0 = 8$	Когда скорость достигнет значения 8.5?
5	$2\sqrt{v^2 + 8}$	100	$x = 0, v_0 = 4$	При $v = 6$ найти $x$ .

**Задача 3.22.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	54	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$t\sqrt{t^2 + 1}$	8	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$2 \cos^2(\pi x/6)$	9	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 3$ м найти $v$ .
4	$10/(6 + v^3)$	4	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 5.5?
5	$26 \sin(4t) - 50x$	2	$x = 0, v_0 = 11$	При $v = 5.5$ найти $x$ .

**Задача 3.23.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	70	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $v = 7$ найти $x$ .
2	$8t/(2 + 3t)$	12	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$x\sqrt{x^2 + 1}$	10	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 2$ м найти $v$ .
4	$4v(v + 11)$	600	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 22?
5	$4v/(5 + v)$	14	$x = 0, v_0 = 5$	При $v = 6$ найти $x$ .

**Задача 3.24.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	32	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $x$ .
2	$t \exp(t/4)$	6	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$3 \cos(\pi x/2) + 4x$	7	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 6$ м найти $v$ .
4	$11e^{-v/5}$	5	$t = 0, v_0 = 4$	Когда скорость достигнет значения 8?
5	$6 \sin(5t) - 16x$	1	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 9$	При $t = 0.4$ найти $x$ .

Задача 3.25.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	48	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$9t^2/(2 + t^3)$	4	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$0.2 \exp(x/5) + 1$	12	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 3$ м найти $v$ .
4	$5e^{-v/3}$	3	$t = 0, v_0 = 2$	Когда скорость достигнет значения 3?
5	$5v/\sin(v/9)$	12	$x = 0, v_0 = 9$	При $v = 18$ найти $x$ .

Задача 3.26.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	90	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $v = 8$ найти $x$ .
2	$2 \sin(\pi t/3) + 9$	5	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$0.2 \exp(x/5) + 1$	5	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 3$ м найти $v$ .
4	$6v(v + 6)$	400	$t = 0, v_0 = 7$	Когда скорость достигнет значения 14?
5	$6 \sin(6t) - 18x$	2	$x = 0, v_0 = 15$	При $v = 14$ найти $x$ .

Задача 3.27.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	28	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $x$ .
2	$10/(1 + 2t)$	8	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$\sqrt{2x + 1}$	9	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$7e^{v/11}$	110	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 12?
5	$18 + 6v^2$	500	$x = 0, v_0 = 3$	При $v = 11$ найти $x$ .

Задача 3.28.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	42	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $v = 7$ найти $x$ .
2	$4 \cos(\pi t/3) + 3t$	3	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$0.2 \exp(x/5) + 1$	4	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 1$ м найти $v$ .
4	$5/(2 + v^3)$	6	$t = 0, v_0 = 1$	Когда скорость достигнет значения 1.5?
5	$2v^4$	14	$x = 0, v_0 = 1.6$	При $v = 3.2$ найти $x$ .

Задача 3.29.

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	56	14	$t = 0, x_0 = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $x$ .
2	$8t/(2 + 3t)$	8	$t = 0, v_0 = 5$	При $t = 6$ найти $v$ .
3	$3 \sin(\pi x/4) + x^2$	9	$x = 0, v_0 = 5$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$8e^{-v/6}$	6	$t = 0, v_0 = 5$	Когда скорость достигнет значения 13?
5	$10v^2(v + 7)$	500	$x = 0, v_0 = 9$	При $v = 12$ найти $x$ .



**Задача 3.30.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	16	8	$t = 0, x_0 = -1, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $x$ .
2	$0.3 \exp(t/2) + t^2$	11	$t = 0, v_0 = 6$	При $t = 5$ найти $v$ .
3	$8x^2/(1 + 5x)$	2	$x = 0, v_0 = 6$	При $x = 4$ м найти $v$ .
4	$8e^{v/4}$	32	$t = 0, v_0 = 4$	Когда скорость достигнет значения 12?
5	$3v^2(v + 9)$	400	$x = 0, v_0 = 19$	При $v = 22$ найти $x$ .

**Задача 3.31.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	27	9	$t = 0, x_0 = -4, v_0 = 9$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$0.2 \exp(t/5) + 1$	9	$t = 0, v_0 = 9$	При $t = 2$ найти $v$ .
3	$\sqrt{2x + 1}$	1	$x = 0, v_0 = 9$	При $x = 1$ м найти $v$ .
4	$3/(2 + v^2)$	2	$t = 0, v_0 = 1$	Когда скорость достигнет значения 1.5?
5	$2v^3$	9	$x = 0, v_0 = 1.6$	При $v = 3.2$ найти $x$ .

**Задача 3.32.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	72	18	$t = 0, x_0 = -2, v_0 = 7$	При $t = 14$ найти $x$ .
2	$9t^2/(2 + t^3)$	13	$t = 0, v_0 = 7$	При $t = 4$ найти $v$ .
3	$8x^2/(1 + 5x)$	11	$x = 0, v_0 = 7$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$10e^{-v/4}$	4	$t = 0, v_0 = 3$	Когда скорость достигнет значения 21?
5	$v^2 - 10v + 24$	36	$x = 0, v_0 = 7$	При $v = 11$ найти $x$ .

**Задача 3.33.**

№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	48	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$2 \cos^2(\pi t/6)$	11	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$x\sqrt{x^2 + 1}$	7	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$10e^{-v/3}$	3	$t = 0, v_0 = 2$	Когда скорость достигнет значения 16?
5	$v^2 - 12v + 32$	56	$x = 0, v_0 = 10$	При $v = 19$ найти $x$ .

**Задача 3.34.**

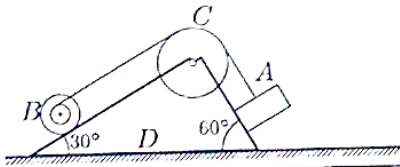
№	$F$	$m$	Начальные условия	Вопрос
1	48	12	$t = 0, x_0 = -3, v_0 = 8$	При $v = 9$ найти $x$ .
2	$8t^2/(1 + 5t)$	13	$t = 0, v_0 = 8$	При $t = 3$ найти $v$ .
3	$8x^2/(1 + 5x)$	11	$x = 0, v_0 = 8$	При $x = 5$ м найти $v$ .
4	$10e^{-v/3}$	3	$t = 0, v_0 = 2$	Когда скорость достигнет значения 20?
5	$v^2 - 12v + 32$	72	$x = 0, v_0 = 10$	При $v = 19$ найти $x$ .

**ПЗ №10. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ТЕОРЕМА О ЦЕНТРЕ МАСС СИСТЕМЫ».**

Время на выполнение: 90 мин.

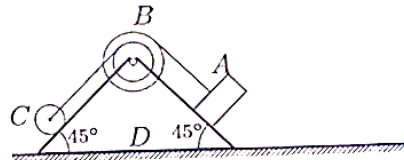
Механизм, состоящий из груза А, блока В (больший радиус R, меньший r) и цилиндра С радиуса R<sub>с</sub>, установлен на призме D, находящейся на горизонтальной плоскости. Трение между призмой и плоскостью отсутствует. Груз А получает перемещение S=1м относительно призмы вдоль ее поверхности в лево или (в тех вариантах, где он висит) по вертикали вниз. Куда и на какое расстояние переместится призма?

Задача 4.1.



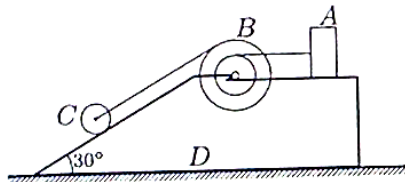
$R=32$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=56$  см,  
 $m_A=6$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=15$  кг,  
 $m_D=96$  кг.

Задача 4.2.



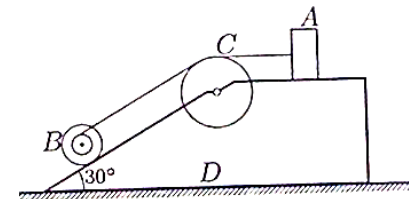
$R=48$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=17$  кг,  
 $m_D=21$  кг.

Задача 4.3.



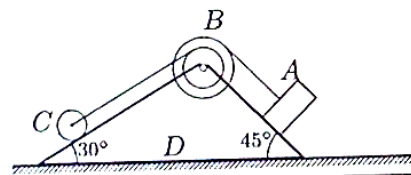
$R=28$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=12$  см,  
 $m_A=6$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=13$  кг,  
 $m_D=98$  кг.

Задача 4.4.



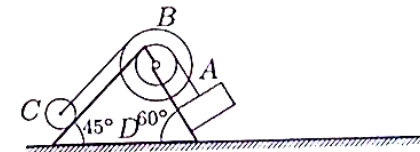
$R=24$  см,  
 $r=12$  см,  
 $R_c=42$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=20$  кг,  
 $m_D=5$  кг.

Задача 4.5.



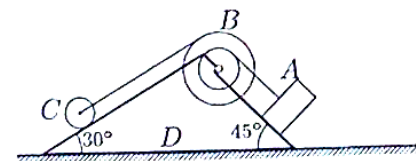
$R=36$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=6$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=10$  кг,  
 $m_D=31$  кг.

Задача 4.6.



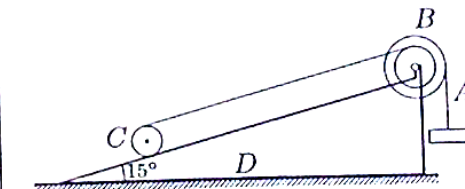
$R=70$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=15$  кг,  
 $m_D=83$  кг.

Задача 4.7.



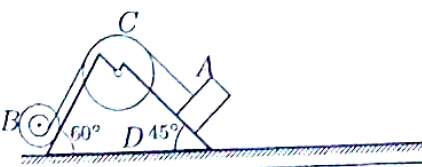
$R=70$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=21$  кг,  
 $m_D=44$  кг.

Задача 4.8.



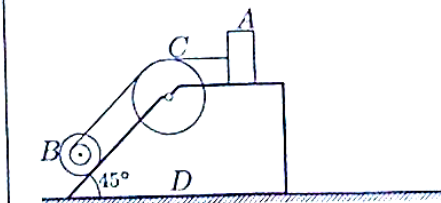
$R=24$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=12$  см,  
 $m_A=15$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=22$  кг,  
 $m_D=57$  кг.

Задача 4.9.



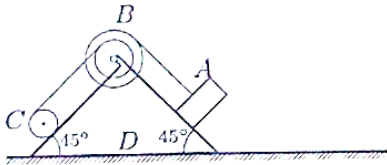
$R=40$  см,  
 $r=20$  см,  
 $R_c=70$  см,  
 $m_A=15$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=20$  кг,  
 $m_D=90$  кг.

Задача 4.10.



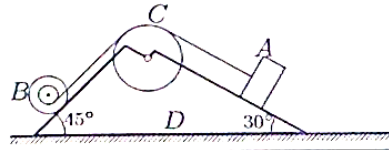
$R=16$  см,  
 $r=8$  см,  
 $R_c=28$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=10$  кг,  
 $m_D=58$  кг.

Задача 4.11.



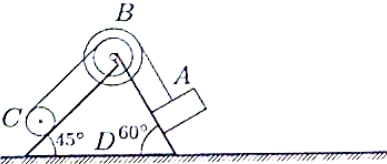
$R=48$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=16$  кг,  
 $m_D=76$  кг.

Задача 4.12.



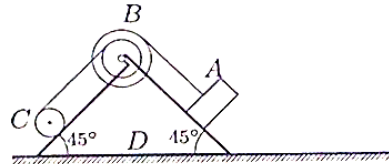
$R=24$  см,  
 $r=12$  см,  
 $R_c=42$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=22$  кг,  
 $m_D=50$  кг.

Задача 4.13.



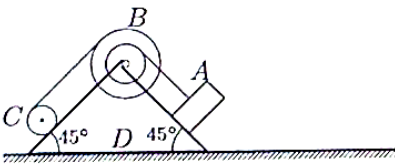
$R=60$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=16$  кг,  
 $m_D=36$  кг.

Задача 4.14.



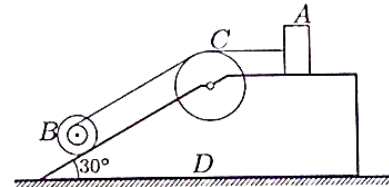
$R=48$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=21$  кг,  
 $m_D=31$  кг.

Задача 4.15.



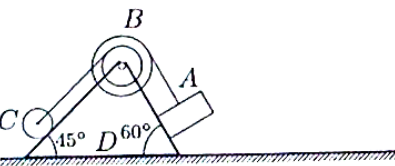
$R=56$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=15$  кг,  
 $m_D=97$  кг.

Задача 4.16.



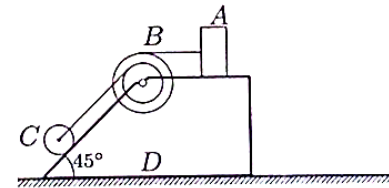
$R=24$  см,  
 $r=12$  см,  
 $R_c=42$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=15$  кг,  
 $m_D=70$  кг.

Задача 4.17.



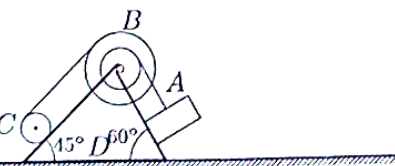
$R=60$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=10$  кг,  
 $m_D=68$  кг.

Задача 4.18.



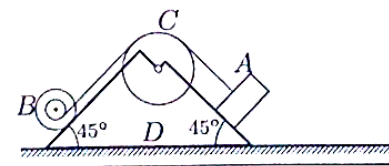
$R=24$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=12$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=12$  кг,  
 $m_D=86$  кг.

Задача 4.19.



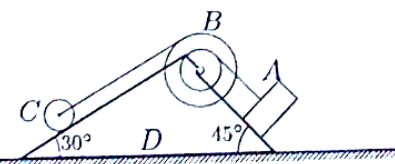
$R=70$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=21$  кг,  
 $m_D=91$  кг.

Задача 4.20.



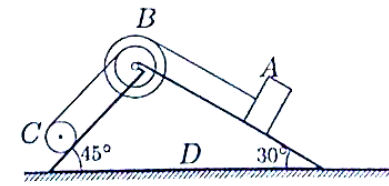
$R=32$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=56$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=13$  кг,  
 $m_D=49$  кг.

Задача 4.21.



$R=42$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=6$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=7$  кг,  
 $m_D=2$  кг.

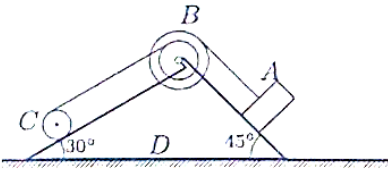
Задача 4.22.



$R=36$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=21$  кг,  
 $m_D=31$  кг.

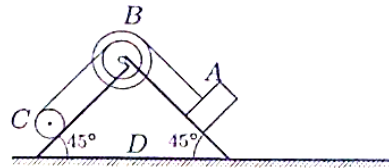


Задача 4.23.



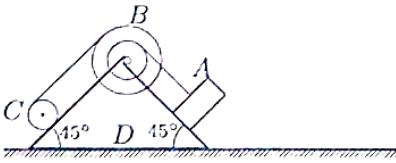
$R=36$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=16$  кг,  
 $m_D=59$  кг.

Задача 4.24.



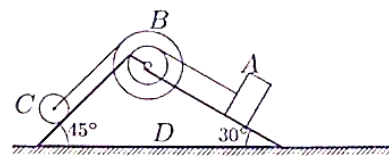
$R=48$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=17$  кг,  
 $m_D=15$  кг.

Задача 4.25.



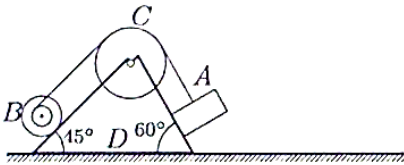
$R=56$  см,  
 $r=32$  см,  
 $R_c=24$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=14$  кг,  
 $m_D=88$  кг.

Задача 4.26.



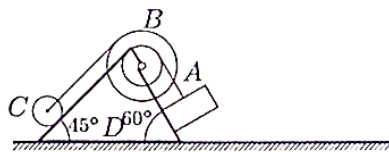
$R=42$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=19$  кг,  
 $m_D=19$  кг.

Задача 4.27.



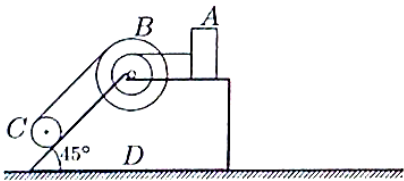
$R=40$  см,  
 $r=20$  см,  
 $R_c=70$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=17$  кг,  
 $m_D=41$  кг.

Задача 4.28.



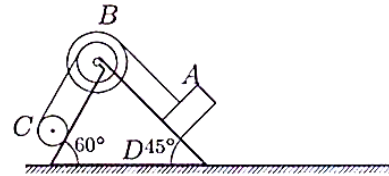
$R=70$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=10$  кг,  
 $m_D=18$  кг.

Задача 4.29.



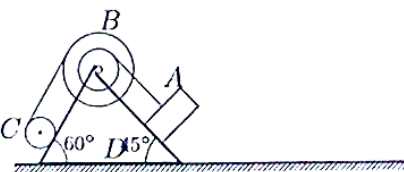
$R=28$  см,  
 $r=16$  см,  
 $R_c=12$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=17$  кг,  
 $m_D=75$  кг.

Задача 4.30.



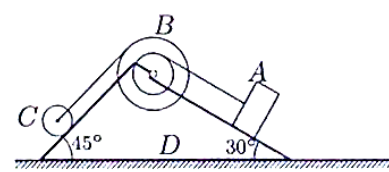
$R=60$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=15$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=20$  кг,  
 $m_D=79$  кг.

Задача 4.31.



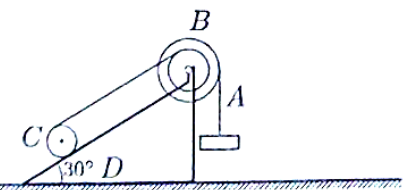
$R=70$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=15$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=21$  кг,  
 $m_D=38$  кг.

Задача 4.32.



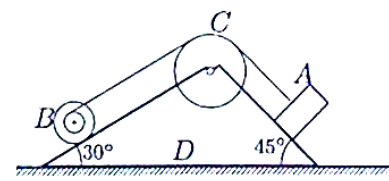
$R=42$  см,  
 $r=24$  см,  
 $R_c=18$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=18$  кг,  
 $m_D=40$  кг.

Задача 4.33.



$R=60$  см,  
 $r=40$  см,  
 $R_c=30$  см,  
 $m_A=9$  кг,  
 $m_B=6$  кг,  
 $m_C=18$  кг,  
 $m_D=67$  кг.

Задача 4.34.



$R=40$  см,  
 $r=20$  см,  
 $R_c=70$  см,  
 $m_A=12$  кг,  
 $m_B=3$  кг,  
 $m_C=20$  кг,  
 $m_D=95$  кг.

#### IV. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (РГЗ)

Таблица 8 – Ключ оценки результатов РГЗ

Оценка результата	Выполнение задания
	Доля, %
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

#### РГЗ №1. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПРОДОЛЬНЫХ УСИЛИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ – СЖАТИИ СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ.

Время на выполнение: 90 мин.

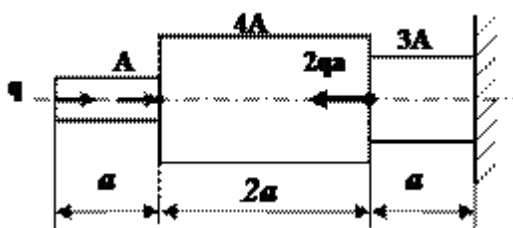
Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений для стержня переменного сечения.

Данные взять из таблицы

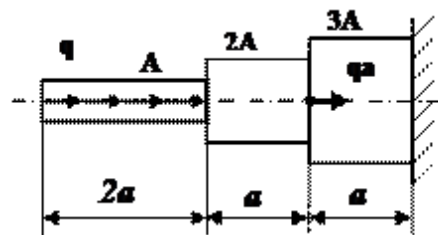
Таблица

Номер варианта	$a$ , м	$q$ , кН/м	Площадь поперечного сечения, $A$ , $\text{см}^2$
1	0,8	30	3
2	1	25	5
3	1,2	20	4
4	1,4	15	6
5	1,6	10	4

1 схема

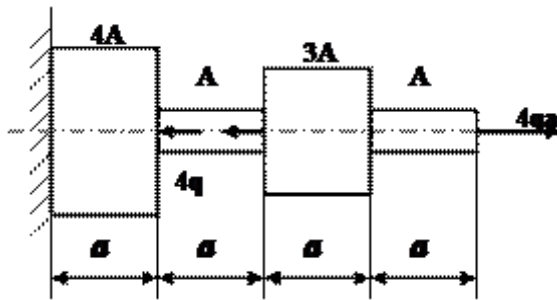


2 схема

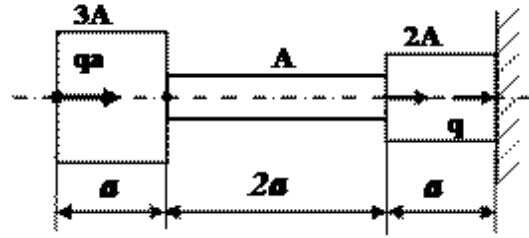




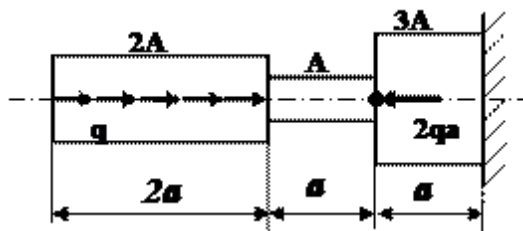
3 схема



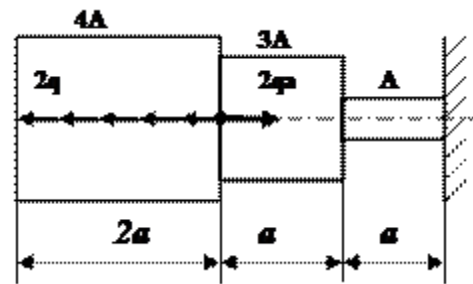
4 схема



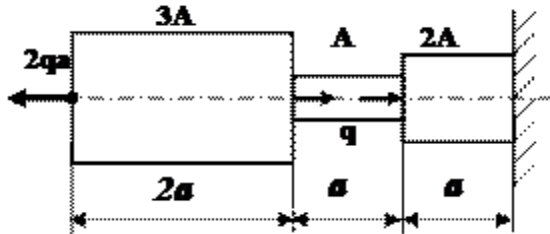
5 схема



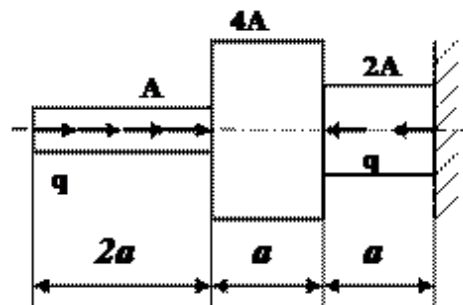
6 схема



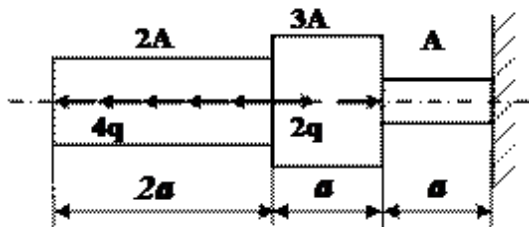
7 схема



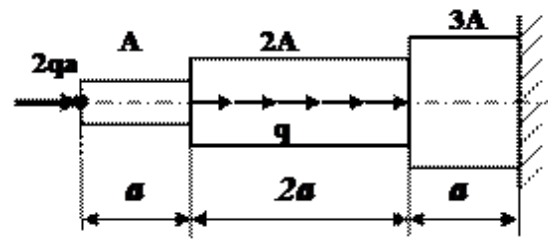
8 схема



9 схема

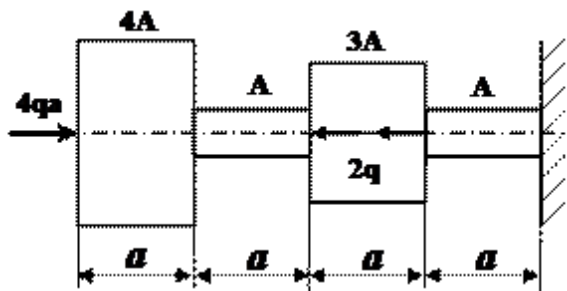


10 схема

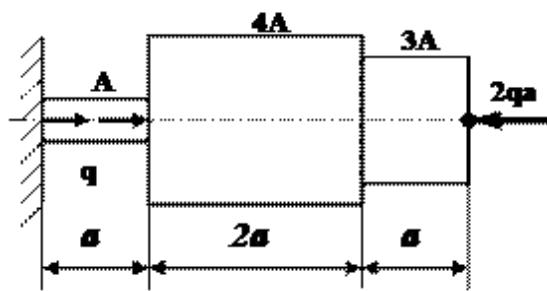


11 схема

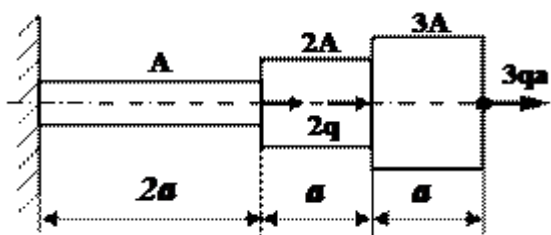
12 схема



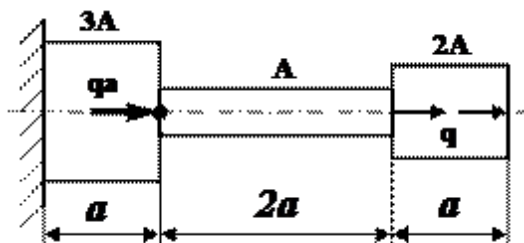
13 схема



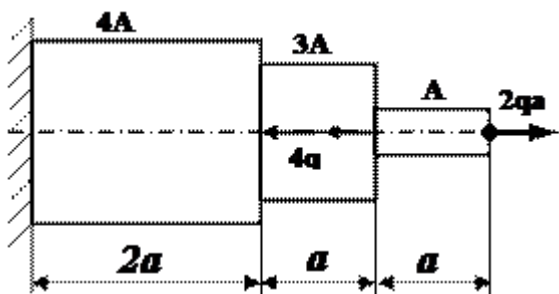
14 схема



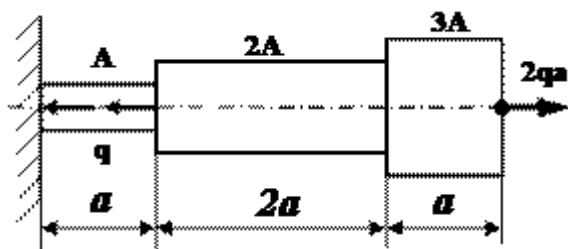
15 схема



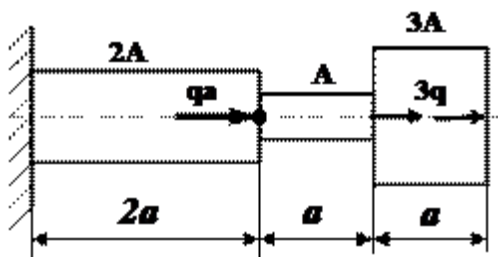
16 схема



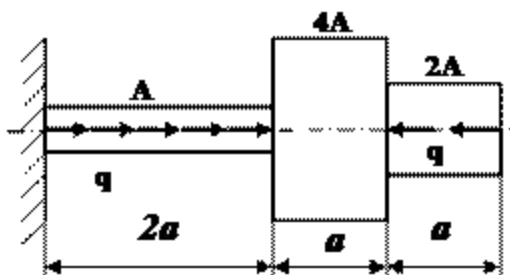
17 схема



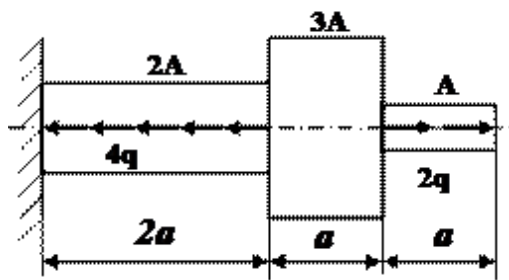
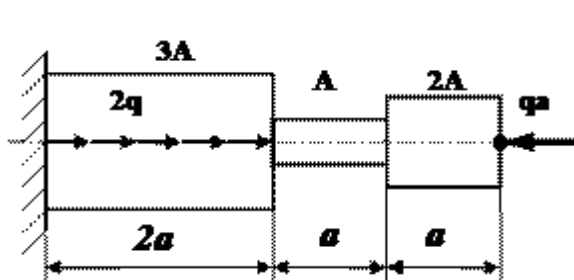
18 схема



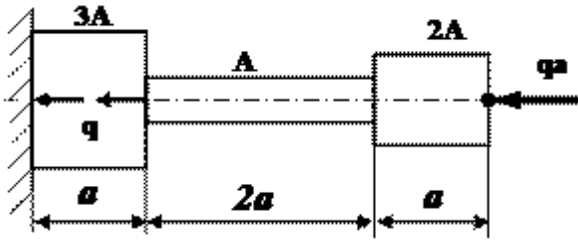
19 схема



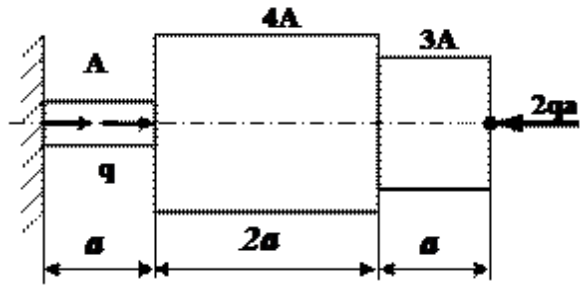
20 схема



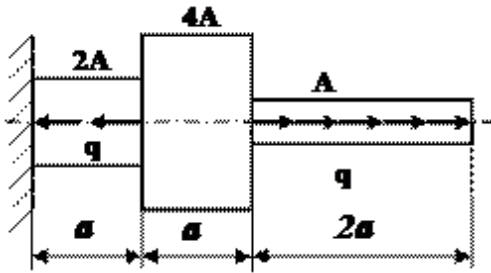
21 схема



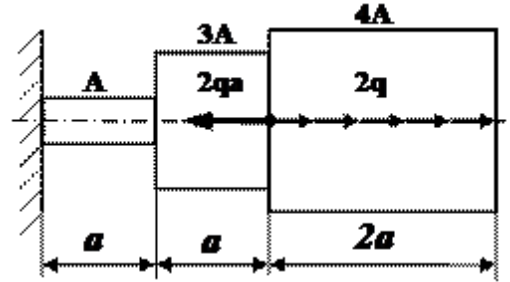
22 схема



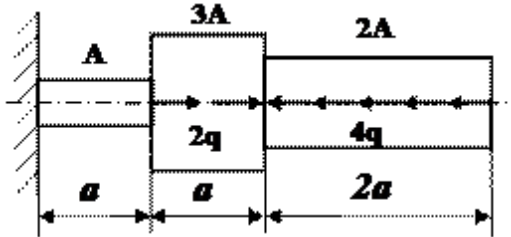
23 схема



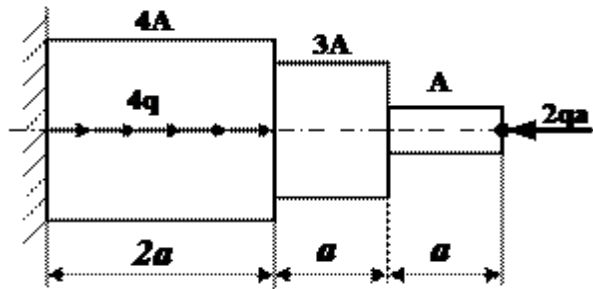
24 схема



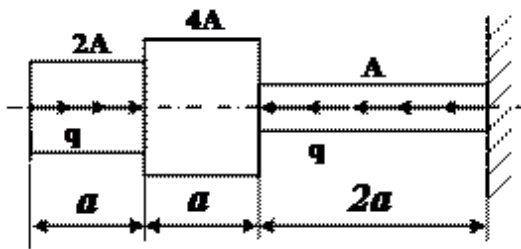
25 схема



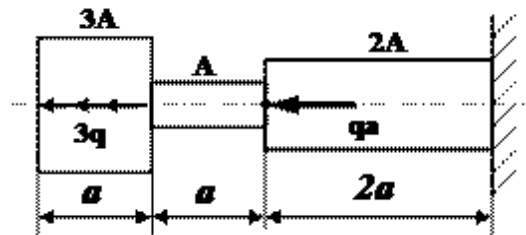
26 схема



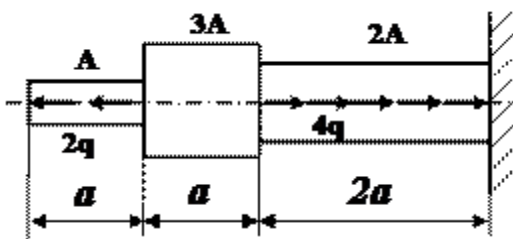
27 схема



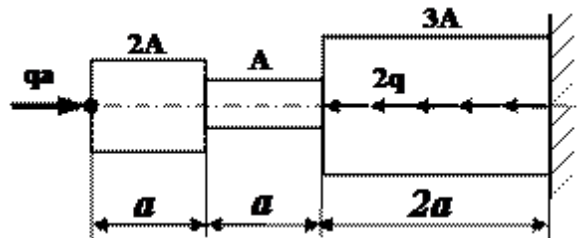
28 схема



29 схема

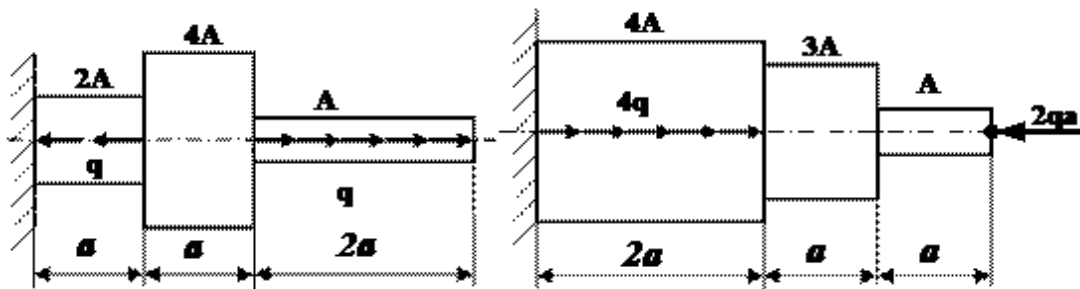


30 схема

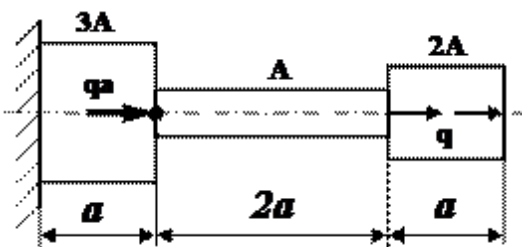


31 схема

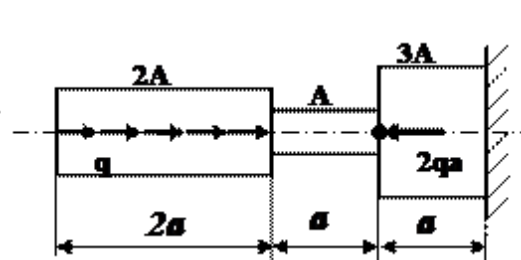
32 схема



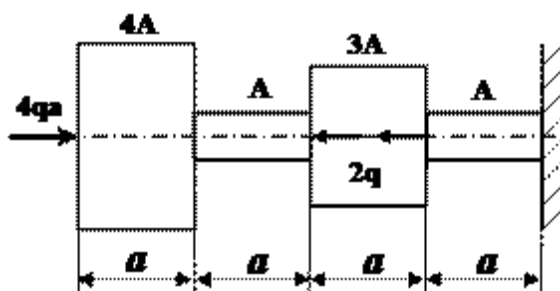
33 схема



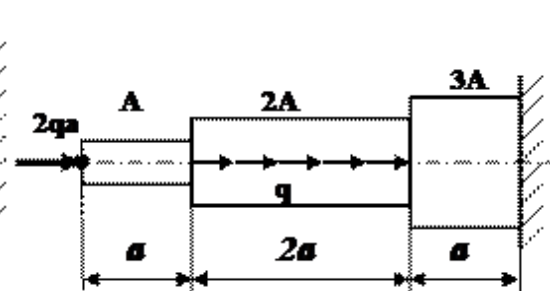
34 схема



35 схема



36 схема



### Примеры выполнения РГЗ №1

#### Пример 1

Для ступенчатого бруса (рис.1) требуется:

1. Построить эпюру продольных сил  $N$ .
2. Определить нормальные напряжения  $\sigma$  в поперечных сечениях и построить эпюру  $\sigma$ .
3. Построить эпюру перемещений  $\delta$  поперечных сечений.

Дано:  $F = 14 \text{ см}^2$ ;  $a = 1,4 \text{ м}$ ;  $b = 2,4 \text{ м}$ ;  $c = 2,4 \text{ м}$ ;  $P_1 = 1,4 \text{ кН}$ ;  $P_2 = 2,4 \text{ кН}$ ;  $P_3 = 1,4 \text{ кН}$ ;  
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

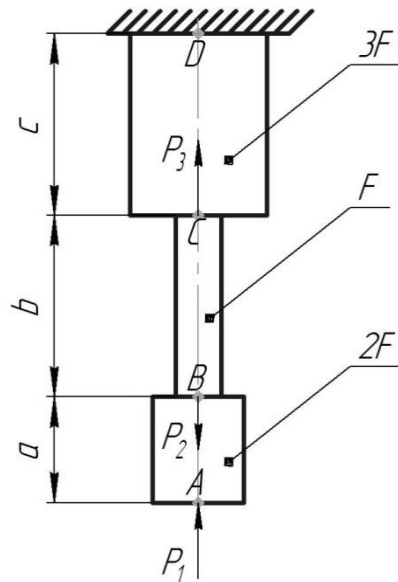


Рис.1

**Решение.**

1. Определим нормальные усилия

Участок  $AB$ :

$$N_{AB} = -P_1 = -1,4 \text{ кН};$$

Участок  $BC$ :

$$N_{BC} = -P_1 + P_2 = -1,4 + 2,4 = 1,0 \text{ кН};$$

Участок  $CD$ :

$$N_{CD} = -P_1 + P_2 - P_3 = -1,4 + 2,4 - 1,4 = -0,4 \text{ кН}.$$

Эшюра продольных сил  $N$  показана на рис.20.

2. Определим нормальные напряжения

Участок  $AB$ :

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{2F} = -\frac{1,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = -5 \cdot 10^5 \text{ Па} = -0,5 \text{ МПа};$$

Участок  $BC$ :

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{F} = \frac{1,0 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 7,1 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,7 \text{ МПа};$$

Участок  $CD$ :

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{3F} = -\frac{0,4 \cdot 10^3}{3 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = -9,5 \cdot 10^4 \text{ Па} = -0,1 \text{ МПа}.$$

Эшюра нормальных напряжений  $\sigma$  показана на рис.2.

3. Определим перемещения поперечных сечений

$$\delta_D = 0;$$

$$\delta_C = \delta_D + \frac{N_{CD}c}{3EF} = -\frac{0,4 \cdot 10^3 \cdot 2,4}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = -1,1 \cdot 10^{-6} \text{ м} = -0,0011 \text{ мм};$$

$$\delta_B = \delta_C + \frac{N_{BC}b}{EF} = -1,1 \cdot 10^{-6} + \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 2,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,0074 \text{ мм};$$

$$\delta_A = \delta_B + \frac{N_{AB}a}{2EF} = 7,4 \cdot 10^{-6} - \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 1,4}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 3,9 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,0039 \text{ мм}.$$

Эшюра перемещений  $\delta$  показана на рис.2.

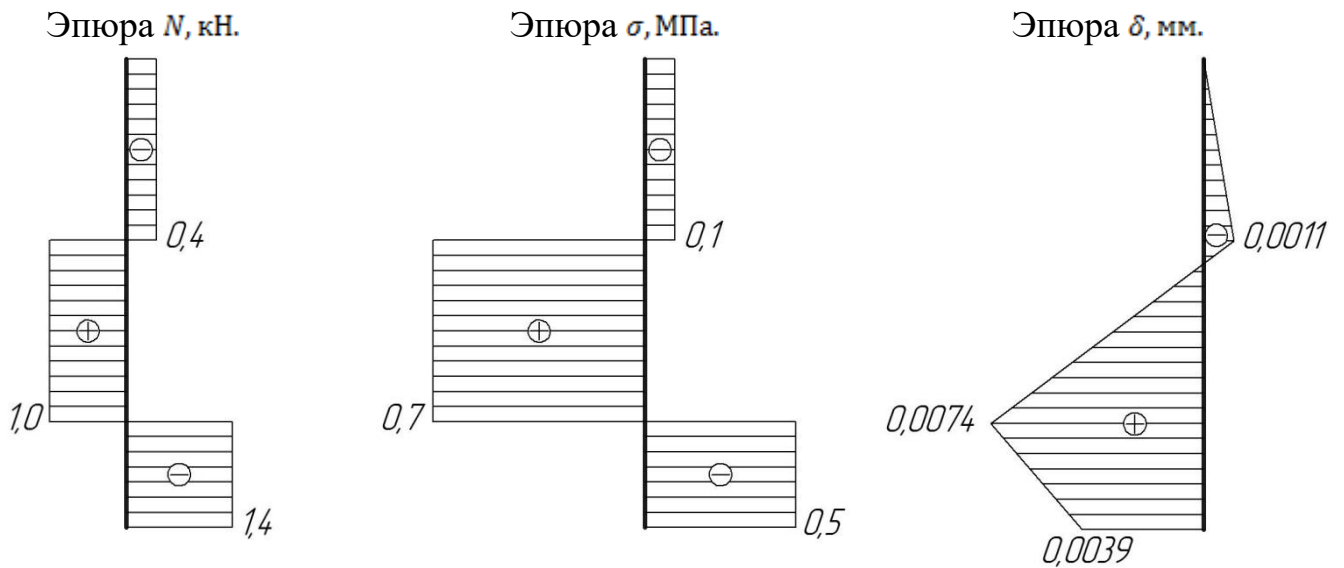


Рис.2

### Пример 2

Брус длиной  $l$  нагружен равномерно распределённой нагрузкой с интенсивностью  $q$  (кН/см) и сосредоточенной силой  $F$  приложенной на свободном торце и равной  $2ql/3$  (кН) (рис.3,а). Построить эпюру нормальных сил.

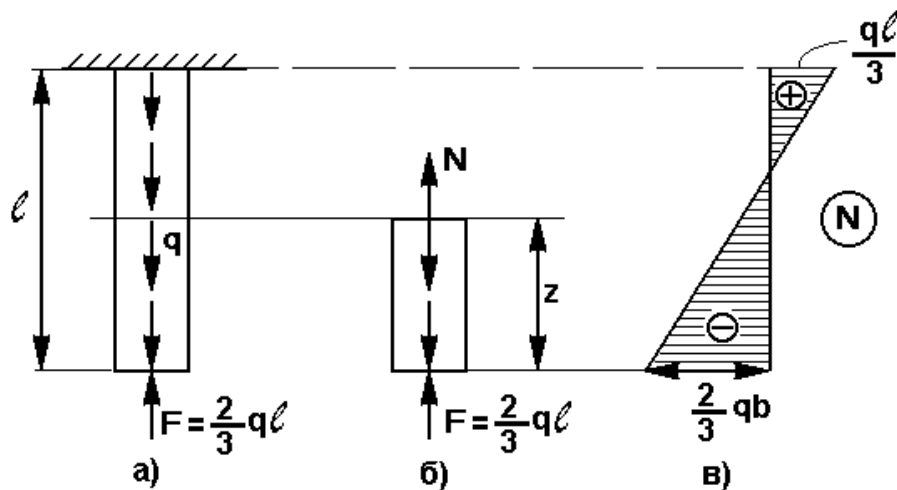


Рис.3

### Решение.

Для определения нормальных сил применим метод сечений. Рассечём брус на расстоянии  $z$  от свободного торца. Отбросим верхнюю часть, а для нижней части бруса составим уравнение равновесия (рис.3,б)

Предположим, что сила  $N$  направлена вверх

$$\Sigma Z=0 \quad N-qz+2ql/3=0 \quad N=qz-2ql/3 \quad (1)$$

из уравнения видно, что нормальная сила  $N$  меняется по длине бруса по линейному закону. Для построения эпюры находим значения силы в крайних сечениях: при  $z=0$  и при  $z=l$

Подставим эти значения  $z$  в уравнение (1) и получим:

при  $z=0$   $N=2ql/3$ , т.е. внутренняя нормальная сила оказалась сжимающей:

при  $z=l$   $N=ql/3$ , нормальная сила стала растягивающей. Эпюра показана на рис.2,в.

Самая большая нормальная сила  $N=2ql/3$  возникает на свободном торце бруса. Следовательно, это сечение самое опасное.

В местах приложения сосредоточенных сил на эпюре получаются скачки, равные величине этих сил. Следует отметить, что при определении внутренних силовых факторов можно говорить только о сечениях, удалённых от мест приложения нагрузки. Сила не может быть строго сосредоточенной в одной точке. Передача нагрузки всегда совершается по некоторой площадке, в пределах которой внутренняя сила распределяется по некоторому закону, изучение которого выходит за рамки курса "Сопротивление материалов". Таким образом, эпюра в областях приложения сосредоточенной нагрузки условна.

## **РГЗ №2. ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ».**

Время на выполнение: 90 мин.

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням при помощи шарниров

Требуется найти:

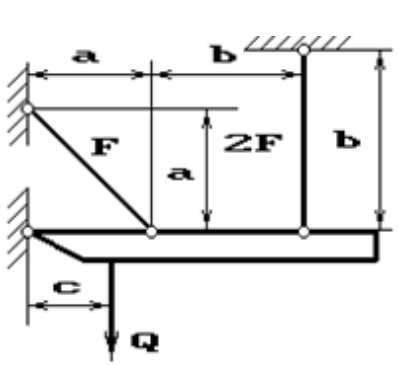
- 1) усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу  $Q$ ;
- 2) допускаемую нагрузку  $Q_{adm}$ , приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению  $\sigma_{adm}=160$  МПа;

Данные взять из таблицы

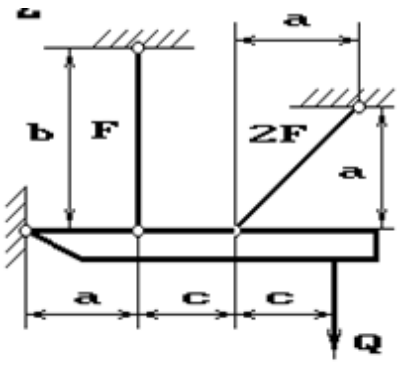
Таблица

Номер группы	F, см <sup>2</sup>	a, м	b, м	c, м	Q, кН
ДС-21	11	2	2,1	2,4	100
ДС-22	12	2,1	2,2	2,2	120
ДС-23	13	2,2	2,3	2,5	130
ДМ-21	14	2,4	2,4	2,7	140
ДМ-22	15	2,6	2,5	2,5	150

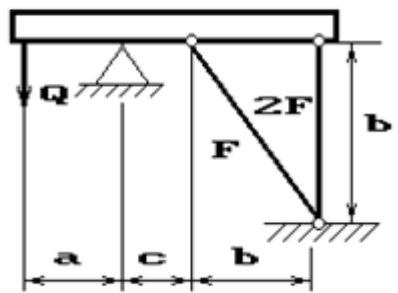
1 схема



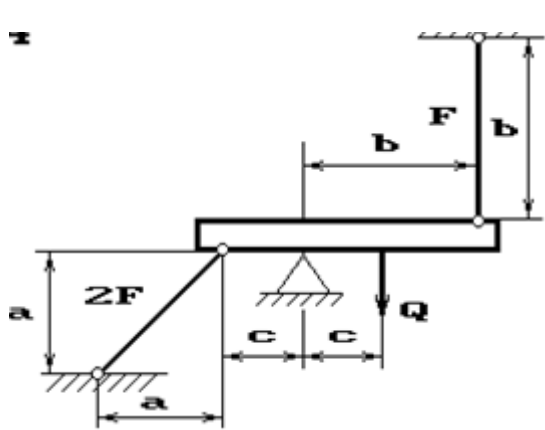
2 схема



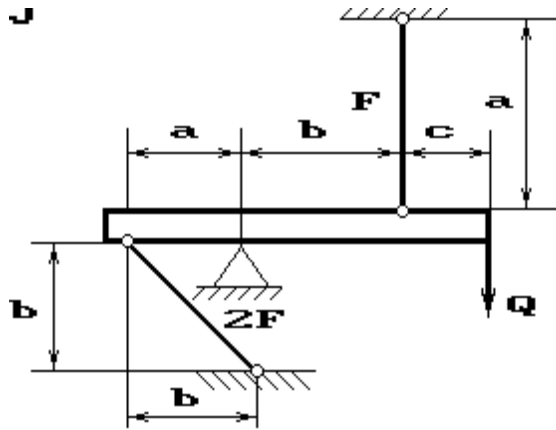
3 схема



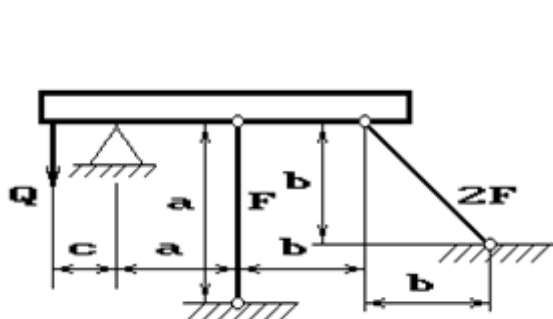
4 схема



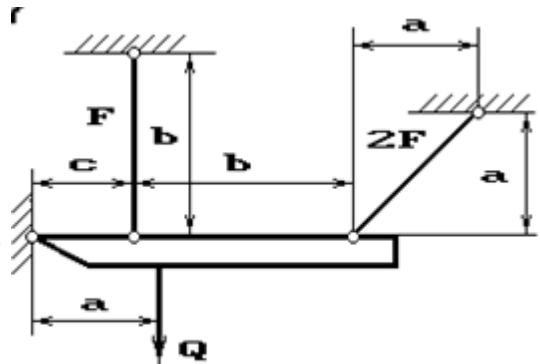
5 схема



6 схема



7 схема

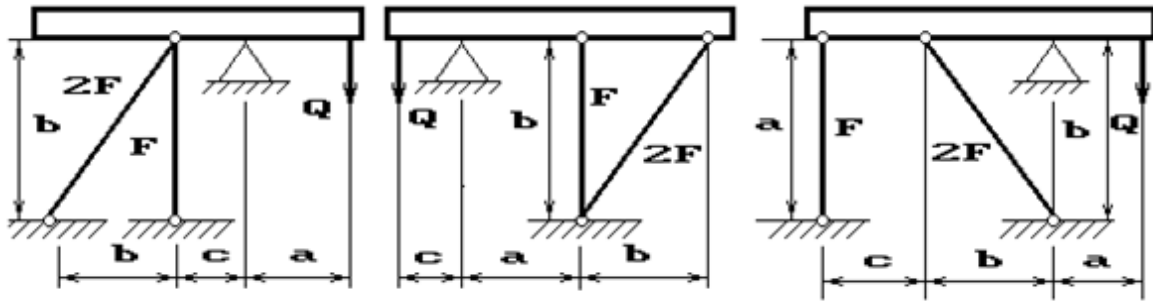


8 схема

9 схема

10 схема

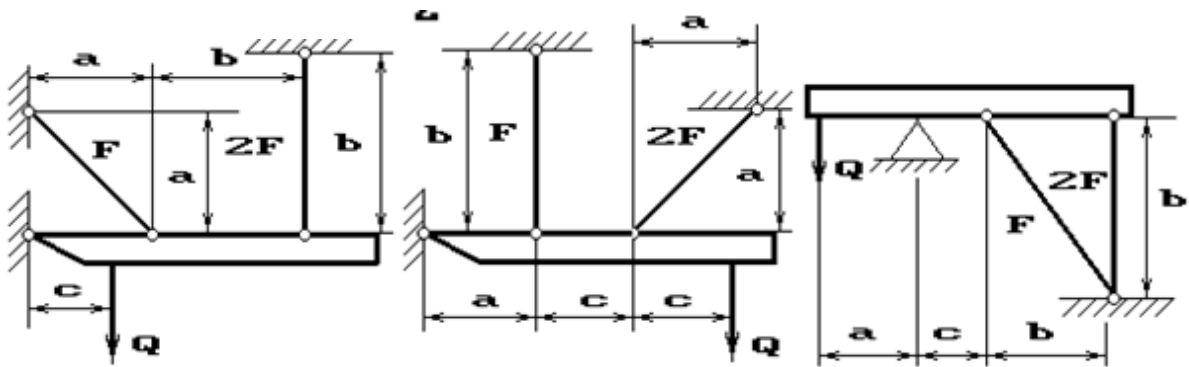




11 схема

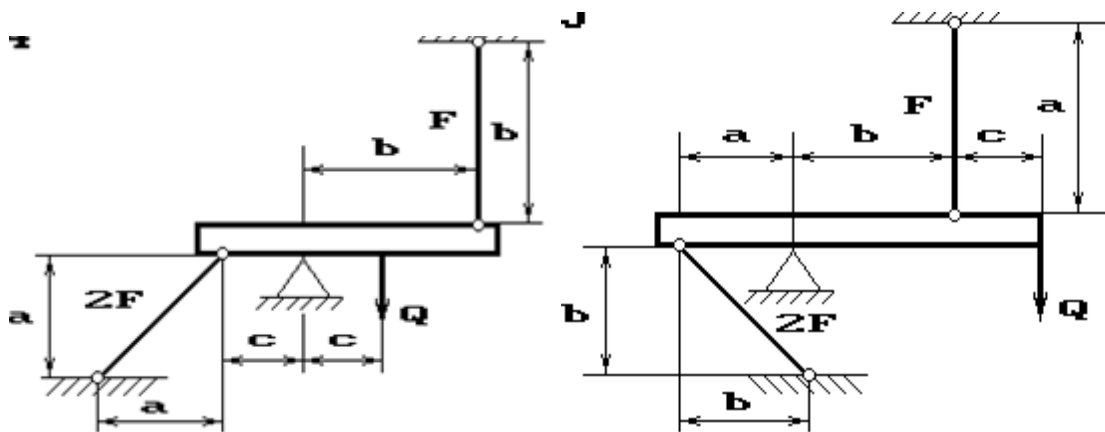
12 схема

13 схема



14 схема

15 схема

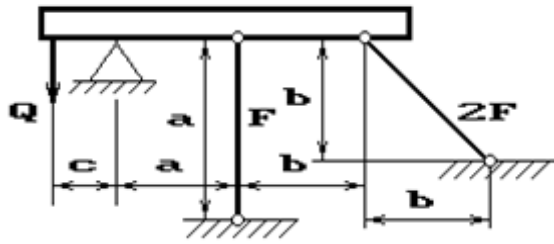


16 схема

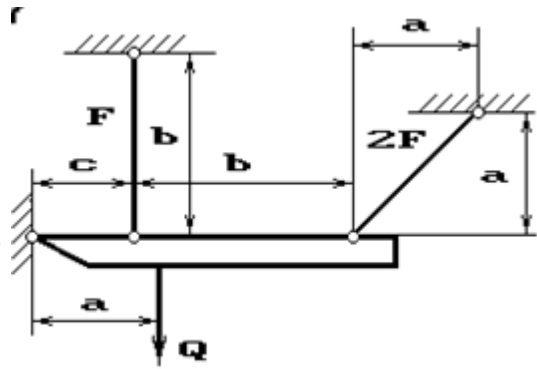
17 схема



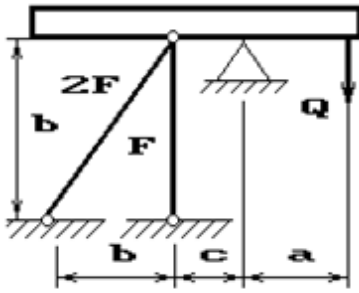
26 схема



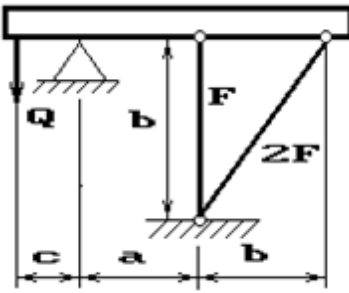
27 схема



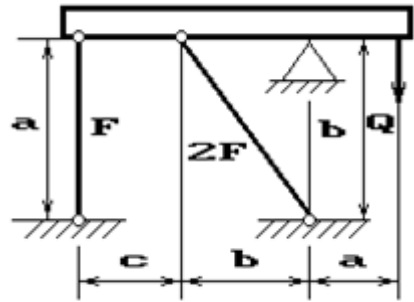
28 схема



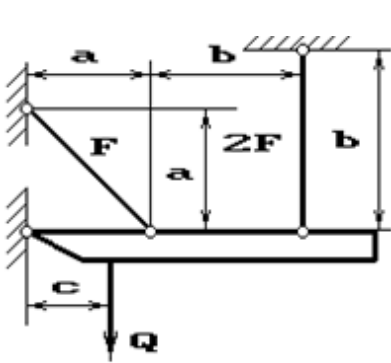
29 схема



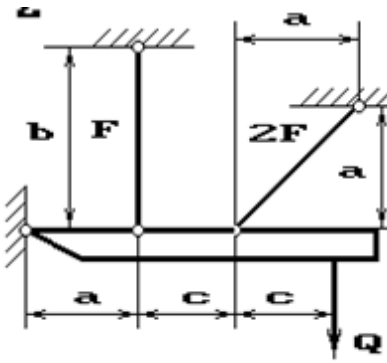
30 схема



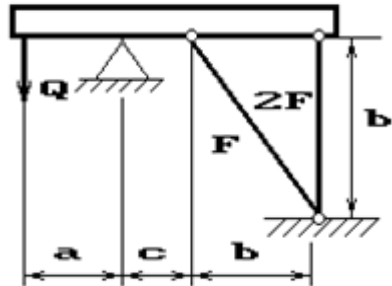
31 схема



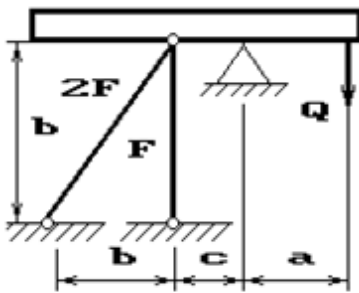
32 схема



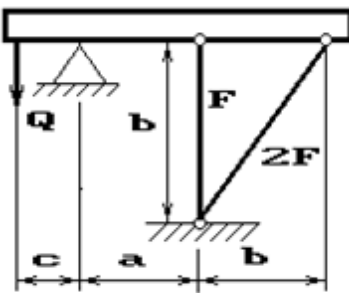
33 схема



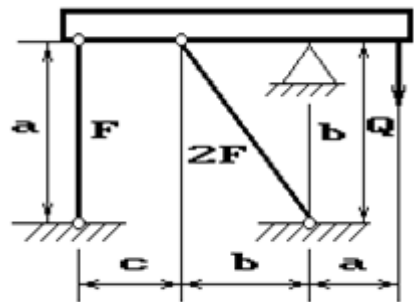
34 схема



35 схема



36 схема



## Пример выполнения РГЗ №2

Жесткий брус  $AB$  закреплен, как показано на рис.1, и нагружен силой  $P$ .

Требуется подобрать сечения стержней из условия их прочности.

Дано:  $P=5\text{ кН}$ ;  $a=1,2\text{ м}$ ;  $b=1,4\text{ м}$ ;  $c=1,0\text{ м}$ ; материал - сталь 40,  $\sigma_T=340\text{ Мпа}$ ,  $n_T=2,5$ ;  $E=2\cdot 10^5\text{ Мпа}$ .

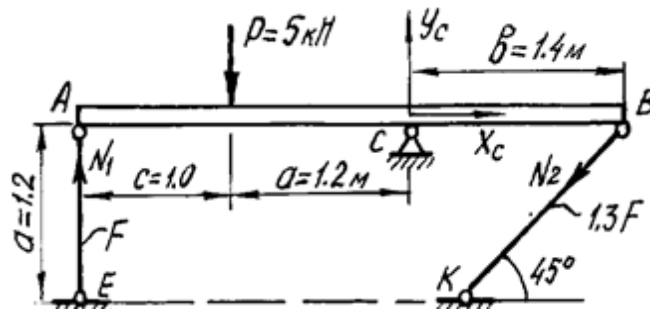


Рис.1 Расчетная схема

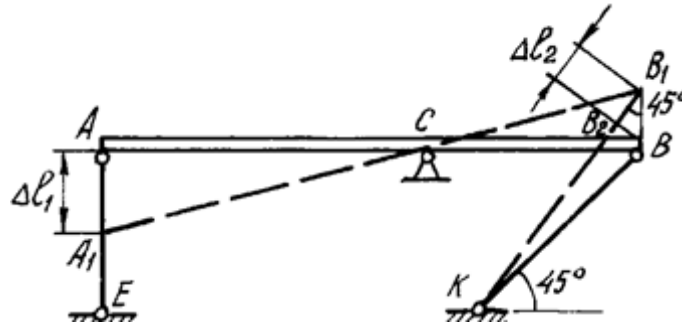
### Решение.

Жесткий брус  $AB$  закреплен с помощью шарнирно-неподвижной опоры и поддерживается двумя деформируемыми стальными стержнями  $AE$  и  $BK$ . На опоре  $C$  (рис.1) - две составляющие реакции  $X_C$  и  $Y_C$ , реакции в стержнях направлены вдоль их осей и приложены к брусу  $AB$  в точках  $A$  и  $B$ . Направление этих реакций рекомендуется установить после анализа возможного деформированного состояния конструкции.

Для плоской системы сил в общем случае ее приложения к конструкции можно составить только три независимых уравнения равновесия. В рассматриваемой задаче к брусу  $AB$  приложено четыре неизвестных усилия: две реакции в шарнире и два усилия в стержнях. Разность между числом неизвестных усилий и числом уравнений статики показывает, что для определения этих неизвестных необходимо составить еще одно уравнение статики, в которое входили бы интересующие нас величины. Такое уравнение или несколько подобных уравнений можно получить из геометрических зависимостей между деформациями элементов заданной конструкции.

Рассмотрим конструкцию после деформации ее элементов (рис.2). Под действием силы  $P$  жесткий брус может повернуться вокруг точки  $C$ , при этом стержни  $AE$  и  $BK$  будут деформированы. Точки  $A$  и  $B$  описывают при повороте бруса дуги окружностей, которые ввиду малости перемещений заменяются касательными,

т.е. считается, что эти точки перемещаются по перпендикулярам к радиусам  $AC$  и  $BC$  этих дуг. Точка  $A$  смещается вниз и занимает положение  $A_1$ , точка  $B$  - вверх, занимая положение  $B_1$ . Брус, как абсолютно жесткий элемент конструкции, - положение  $A_1B_1$ . Очевидно, что стержень  $AE$  сжат и стал короче на величину  $AA_1=\Delta l_1$ . Соединив точки  $K$  и  $B_1$ , находим на чертеже положение стержня  $BK$  после его деформации. Опустив перпендикуляр из точки  $B$  на прямую  $B_1K$ , находим точку  $B_2$ .



**Рис. 2. Схема конструкции после деформации ее элементов**

Отрезок  $B_1B_2=\Delta l_2$  - удлинение стержня  $BK$ .

Действительно,  $\Delta l_2=KB_1-KB=KB_1-KB_2$ , так как  $KB=KB_2$ , и стержень  $KB$  растянут.

Выяснив направление усилий в стержнях, показываем векторы этих усилий на схеме недеформированного состояния конструкции (см. рис. 1) и составляем уравнение ее равновесия:

$$\Sigma M_C=0: -N_1 \cdot (c+a) + P \cdot a - N_2 \sin 45^\circ \cdot b = 0 \quad (1)$$

Определения составляющих реакции шарнира  $X_C$ ,  $Y_C$  для решения данной задачи не требуется, и два других уравнения статики не составляются.

Для вычисления усилий в стержнях  $N_1$ ,  $N_2$  необходимо иметь еще одно уравнение, называемое уравнением совместности деформаций. Это уравнение получаем из геометрических соотношений между деформациями элементов заданной конструкции. При этом ввиду малости деформаций изменением угла наклона стержня  $BK$  пренебрегаем, считая что  $\angle BB_1B_2=45^\circ$ .

Тогда

$$BB_1 = \frac{B_1B_2}{\cos 45^\circ}$$

Из подобия треугольников  $A_1AC$  и  $B_1BC$  находим соотношение между деформациями стержней -  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$ :

$$\frac{AA_1}{AC} = \frac{BB_1}{BC}; \quad \frac{\Delta l_1}{a+c} = \frac{\Delta l_2}{\cos 45^\circ \cdot b};$$

$$\Delta l_1 = \frac{a+c}{b \cdot \cos 45^\circ} \cdot \Delta l_2 = \frac{(1,2+1)}{1,4 \cdot 0,707} \Delta l_2; \quad \Delta l_1 = 2,2 \cdot \Delta l_2 \quad (2)$$

Полученная зависимость (2) называется условием *совместности деформаций*.

Абсолютные удлинения стержней можно выразить через усилия, используя формулу Гука:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} = \frac{N_1 a}{AF}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} = \frac{N_2 a}{E \cdot 1,3F \cos 45^\circ} \quad (3)$$

Подставив выражения (3) в условие совместности деформаций (2), получим

$$\frac{N_1 a}{AF} = 2,2 \frac{N_2 a}{E \cdot 1,3F \cos 45^\circ}; \quad N_1 = 2,4 N_2. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1) и (4), определяем усилия в стержнях  $N_1, N_2$ . Для этого подставим значение  $N_1$  из (4) в уравнение (2):

$$-2,4 N_2 \cdot (c+a) + Pa - N_2 \sin 45^\circ \cdot b = 0;$$

$$-2,4 N_2 \cdot (1+1,2) + 5 \cdot 12 - N_2 \sin 45^\circ \cdot 1,4 = 0.$$

Решив систему уравнений, получим

$$N_2 = 0,96 \text{ кН};$$

$$N_1 = 2,4 \cdot 0,96 = 2,3 \text{ кН}.$$

Определив усилия в стержнях, переходим к подбору площадей их поперечных сечений.

Для заданного материала вычислим допустимое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{340 \cdot 10^6}{2,5} = 136 \cdot 10^6 \text{ Па} = 136 \text{ МПа}.$$

Определяем напряжения в стержнях и выбираем большее:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{2,3 \cdot 10^3}{F} \text{ Па};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{0,96 \cdot 10^3}{1,3F} = \frac{0,74 \cdot 10^3}{F} \text{ Па}.$$

Площадь сечения  $F$  подбираем по условию прочности наиболее нагруженного стержня. Так как  $\sigma_1$  больше  $\sigma_2$ , используем условие прочности первого стержня:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]; \quad \frac{2,3 \cdot 10^3}{F} \leq 136 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$F \geq 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 0,17 \text{ см}^2.$$

Площади сечений стержней принимаем в соответствии с заданным соотношением:

$$F_1 = F = 0,17 \text{ см}^2; \quad F_2 = 1,3F = 1,3 \cdot 0,17 = 0,221 \text{ см}^2.$$

Определение допускаемой силы  $P$  по условию задачи производится по предельной грузоподъемности конструкции.

Предельным состоянием конструкции называется такое состояние, при котором она начинает деформироваться без увеличения нагрузки.

В данном примере это произойдет в том случае, когда напряжения во всех стержнях достигнут предела текучести

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_T.$$

Усилия в стержнях будут определяться по формулам

$$N_1 = \sigma_T \cdot F_1; \quad N_2 = \sigma_T \cdot F_2. \quad (5)$$

Нагрузка, соответствующая предельному состоянию, называется *предельной*. Ее величину можно найти из уравнения предельного равновесия, которое получается из уравнения (1) после подстановки в него значений  $N_1, N_2$ :

$$-\sigma_T \cdot F_1 \cdot (c+a) + P_{\text{пр}} \cdot a - \sigma_T \cdot F_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot b = 0.$$

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{a} [\sigma_T \cdot F_1 \cdot (c+a) + \sigma_T \cdot F_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot b] = \frac{1}{1,2} [340 \cdot 10^6 \cdot 0,17 \cdot 10^{-4} \cdot (1+1,2) + 340 \cdot 10^6 \cdot 0,221 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 45^\circ \cdot 1,4] = 16,8 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Допускаемая нагрузка с учетом заданного коэффициента запаса

$$P_A = \frac{P_{\text{пр}}}{n_T} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{2,5} = 6,72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 6,72 \text{ кН}.$$

Величина допускаемой нагрузки при расчете по предельной грузоподъемности получается большей, чем при расчете по допускаемым напряжениям:

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_3} = \frac{6,72}{5} = 1,34.$$

Разница составляет 34%, что является результатом разных предположений об опасном состоянии конструкции: при расчете по допускаемым напряжениям опасным считается состояние, при котором только в одном стержне напряжение достигает предела текучести. Для статически неопределимых систем расчет по предельной грузоподъемности дает более экономичное решение при назначении размеров сечения, и им широко пользуются в строительной практике.

### **РГЗ №3 ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ СОСТАВНЫХ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ИЗ ПРОКАТНЫХ ПРОФИЛЕЙ».**

Для составного несимметричного сечения, состоящего из листа и прокатных профилей, требуется:

1. Определить координаты центра тяжести сечения.
2. Вычислить центральные моменты инерции сечения.
3. Определить направление главных центральных осей инерции сечения.
4. Вычислить главные центральные моменты инерции сечения.

*Примечания:*

1. При решении задачи сечение в плоскости чертежа не поворачивать.
2. Данные для решения задачи взять в таблицы
3. Все чертежи выполнить согласно государственных стандартов с нанесением необходимых обозначений и размеров.

Таблица

Номер варианта	Числовые значения вариантов				
	Номер двутавра	Номер швеллера	Неравнобокий уголок, мм	Равнобокий уголок, мм	Пластина, мм
1	10	10	63x40x5	50x50x4	100x8
2	12	12	70x45x5	56x56x4	120x8
3	14	14	75x45x6	63x63x5	160x10
4	16	14 а	80x50x6	70x70x5	160x10
5	18	16	90x56x6	70x70x8	220x10

1 схема

2 схема

3 схема

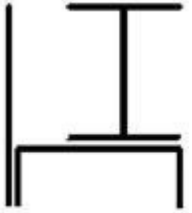
4 схема

5 схема





6 схема



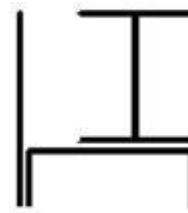
7 схема



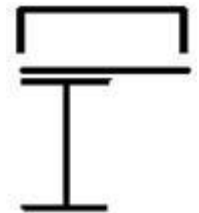
8 схема



9 схема



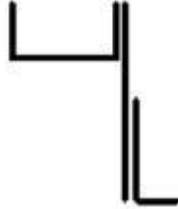
10 схема



11 схема



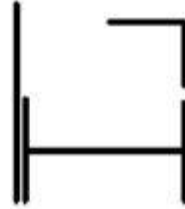
12 схема



13 схема



14 схема



15 схема



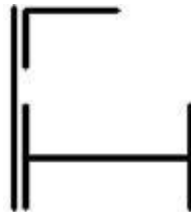
16 схема



17 схема



18 схема



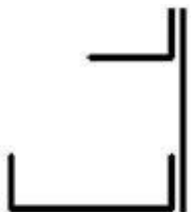
19 схема



20 схема



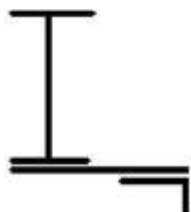
21 схема



22 схема



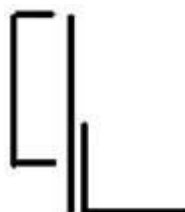
23 схема



24 схема



25 схема



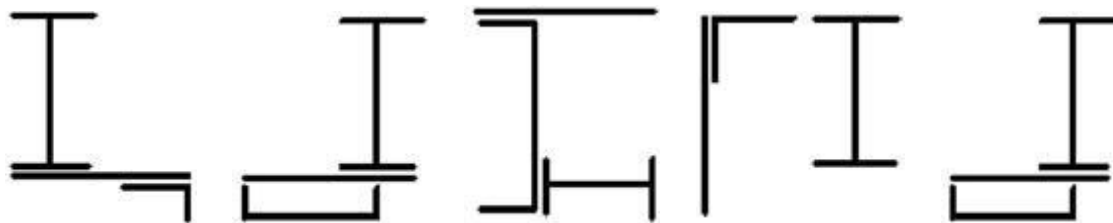
26 схема

27 схема

28 схема

29 схема

30 схема



### Пример выполнения РГЗ №3

Для заданного поперечного сечения (рис. 1), состоящего из двух стандартных профилей (швеллера и равнобокого уголка), требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно центральных осей;
- 3) определить направление главных центральных осей ( $u$  и  $v$ );
- 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечение и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Дано: Сечение состоит из швеллера №20 и равнобокого уголка 125×125×12.

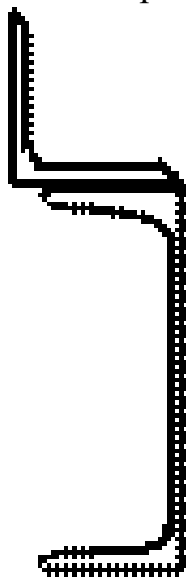


Рис. 1

#### Решение.

Из сортамента прокатной стали выписываем необходимые геометрические для швеллера №20 (ГОСТ 8240-86):  $A=23,4 \text{ см}^2$ ,  $h=20 \text{ см}$ ,  $b=7,6 \text{ см}$ ,  $z_0=2,07 \text{ см}$ ,  $I_x=1520 \text{ см}^4$ ,  $I_y=113 \text{ см}^4$ ; для уголка (ГОСТ 8509-86) имеем:  $A=28,9 \text{ см}^2$ ,  $b=12,5 \text{ см}$ ,  $z_0=3,53 \text{ см}$ ,  $I_x=422 \text{ см}^4$ ,  $I_{x_0}^{max}=670 \text{ см}^4$ ,  $I_{y_0}^{min}=174 \text{ см}^4$ .

Определяем координаты центра тяжести сечения относительно координат  $x_1$  и  $y_2$ , представив его в виде двух простых фигур (рис. 18):

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^2 S_{x_2}^i}{\sum_{i=1}^2 A_i} = \frac{S_{x_2}^{(1)} + S_{x_2}^{(2)}}{A_1 + A_2} = \frac{A_1 y_{шв} + A_2 y_{уг}}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 0 + 28,9 \cdot 13,53}{23,4 + 28,9} = 7,48 \text{ см},$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^2 S_i y_2^i}{\sum_{i=1}^2 A_1} = \frac{S_{y_2}^{(1)} + S_{y_2}^{(2)}}{A_1 + A_2} = \frac{A_1 x_{шв} + A_2 x_{уг}}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 6,9 + 28,9 \cdot 0}{23,4 + 28,9} = 3,09 \text{ см.}$$

Здесь  $y_{шв}$ ,  $y_{уг}$  и  $x_{шв}$ ,  $x_{уг}$  - расстояния от центров тяжести простых фигур швеллера и уголка до вспомогательных осей  $x_1$  и  $y_2$ .

Центр тяжести заданного сечения (точка  $C$ ) должен лежать на прямой  $C_1C_2$ . Проводим через него центральные оси инерции  $x_c$ ,  $y_c$  и определяем осевые и центробежный моменты инерции относительно этих осей по формулам для случая параллельного переноса осей:

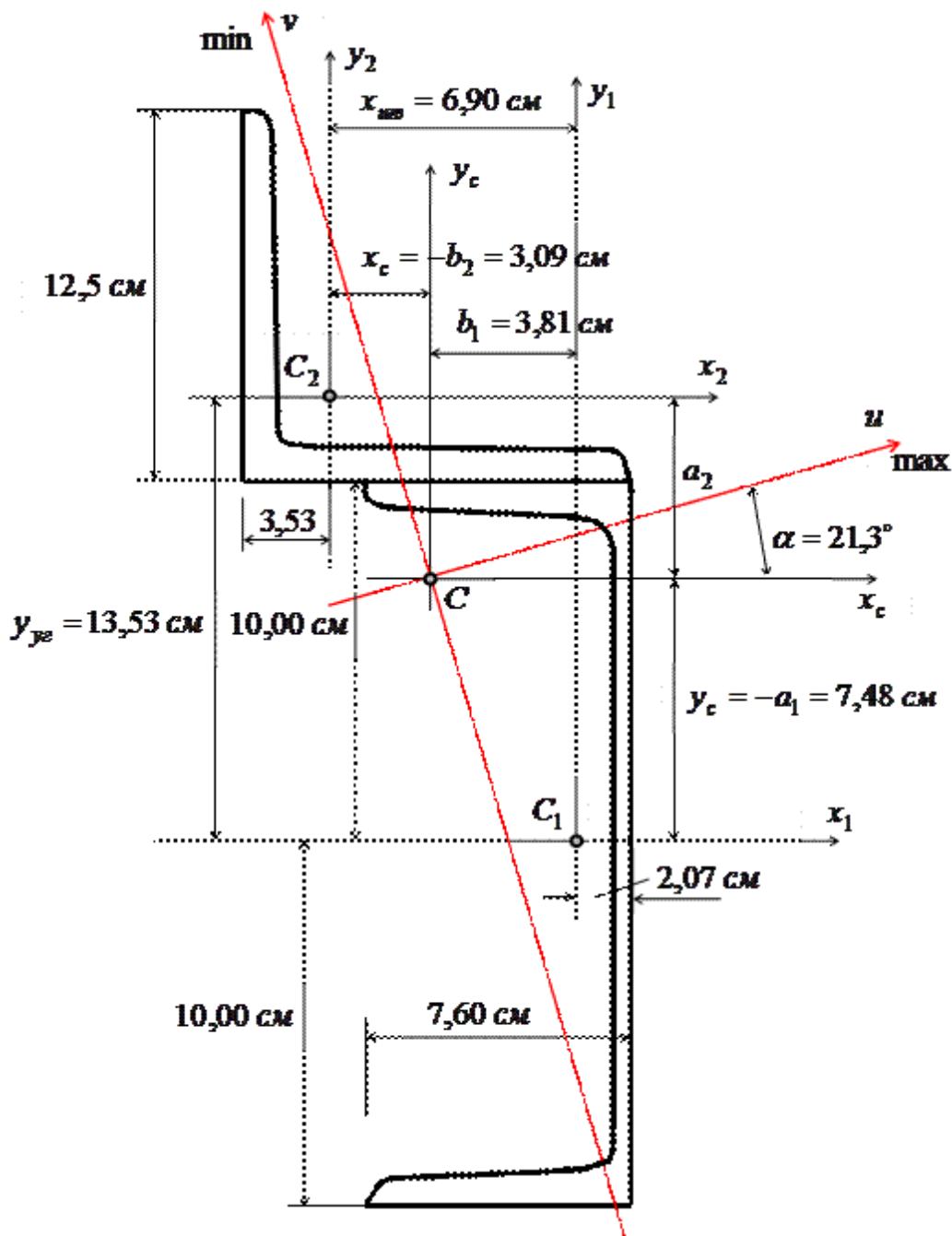


Рис. 18

$$I_{x_c} = I_{x_1}^{(1)} + a_1^2 A_1 + I_{x_2}^{(2)} + a_2^2 A_2 = 1520 + (-7,48)^2 \cdot 23,4 + 422 + 6,05^2 \cdot 28,9 = 4309 \text{ см}^4,$$

$$I_{y_c} = I_{y_1}^{(1)} + b_1^2 A_1 + I_{y_2}^{(2)} + b_2^2 A_2 = 113 + 3,81^2 \cdot 23,4 + 422 + (-3,09)^2 \cdot 28,9 = 1151 \text{ см}^4.$$

Здесь  $a_1 = -y_c = -7,48$  см,  $b_1 = 3,81$  см,  $a_2 = 6,05$  см,  $b_2 = -x_c = -3,09$  см - координаты центров тяжести швеллера и уголка в осях  $x_c, y_c$ .

Центробежный момент инерции сечения для уголка относительно осей  $x_2, y_2$  можно определить по формуле:

$$I_{x_2 y_2}^{(2)} = -\sqrt{(I_x^{(2)} - I_{y_0}^{min}) \cdot (I_y^{(2)} - I_{y_0}^{min})} = -\sqrt{(422 - 174)^2} = -248 \text{ см}^4.$$

Знак минус здесь поставлен, так как большая часть сечения уголка находится во второй и четвертой четвертях, где координаты имеют разные знаки. Центробежный момент инерции сечения для всего сечения:

$$I_{x_c y_c} = I_{x_1 y_1}^{(1)} + a_1 b_1 A_1 + I_{x_2 y_2}^{(2)} + a_2 b_2 A_2 = 0 + (-7,48) \cdot 3,81 \cdot 23,4 + (-248) + 6,05 \cdot (-3,09) \cdot 28,9 = -1455 \text{ см}^4.$$

Определяем угол наклона главных центральных осей:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot (-1455)}{4309 - 1151} = 0,921; \quad \alpha = 21,3^\circ.$$

Для нахождения оси  $\max$  и ось  $x_c$  ( $I_{x_c} > I_{y_c}$ ) поворачиваем против часовой стрелки ( $\angle \alpha > 0$ ) на  $\alpha = 21,3^\circ$ .

Находим значения главных центральных моментов инерции:

$$I_{\max, \min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4 \cdot I_{x_c y_c}^2} = \frac{4309 + 1151}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4309 - 1151)^2 + 4 \cdot (-1455)^2} = 2730 \pm 2147.$$

$$I_{\max} = 4877 \text{ см}^4, \quad I_{\min} = 583 \text{ см}^4.$$

Проверкой нам служит соблюдение равенства

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_{\max} + I_{\min} = \text{const};$$

$$4309 + 1151 = 4877 + 583;$$

$$5460 = 5460.$$

### РГЗ №4 ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В БАЛКАХ ПРИ ПЛОСКОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ».

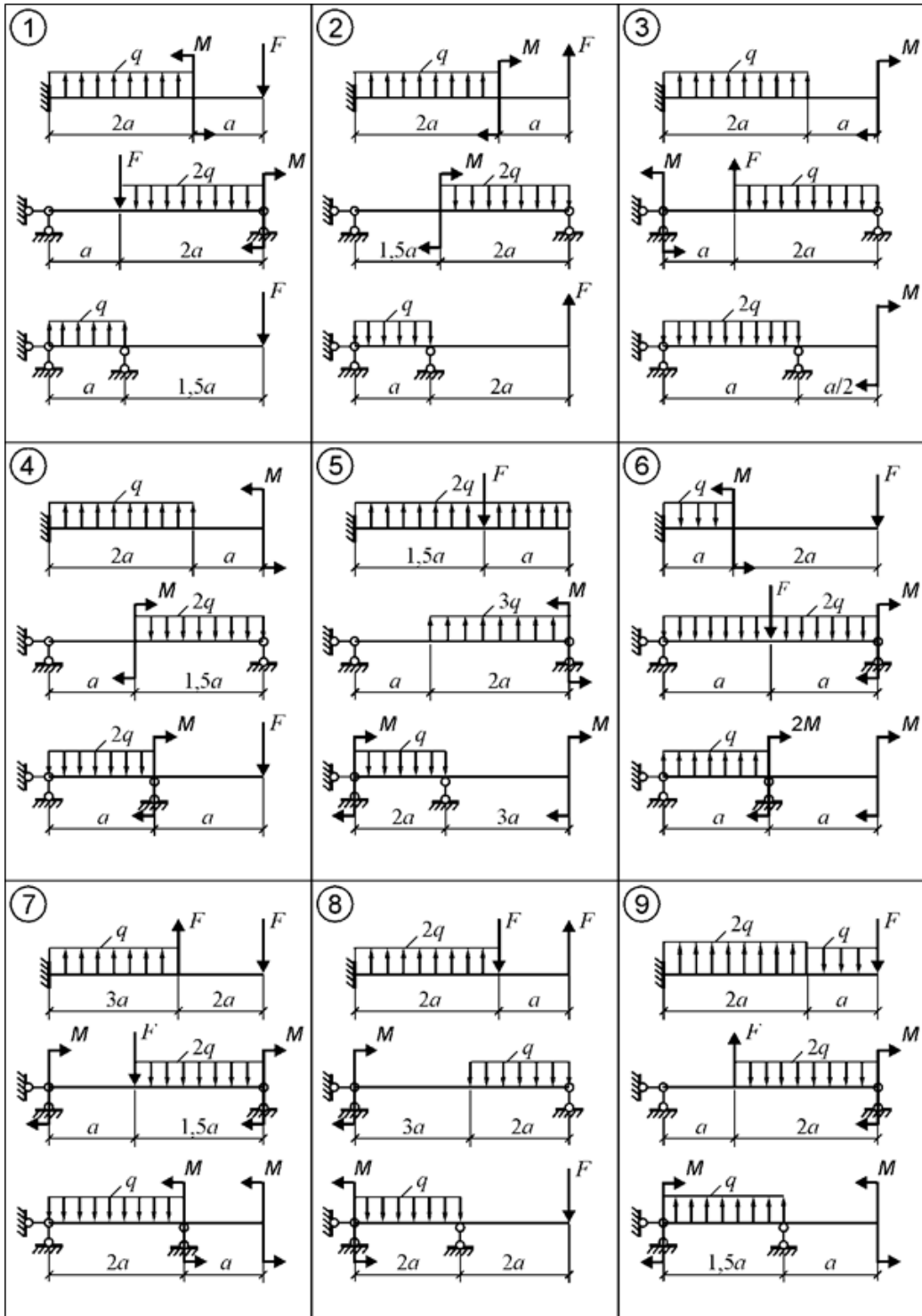
Для трех заданных расчетных схем требуется:

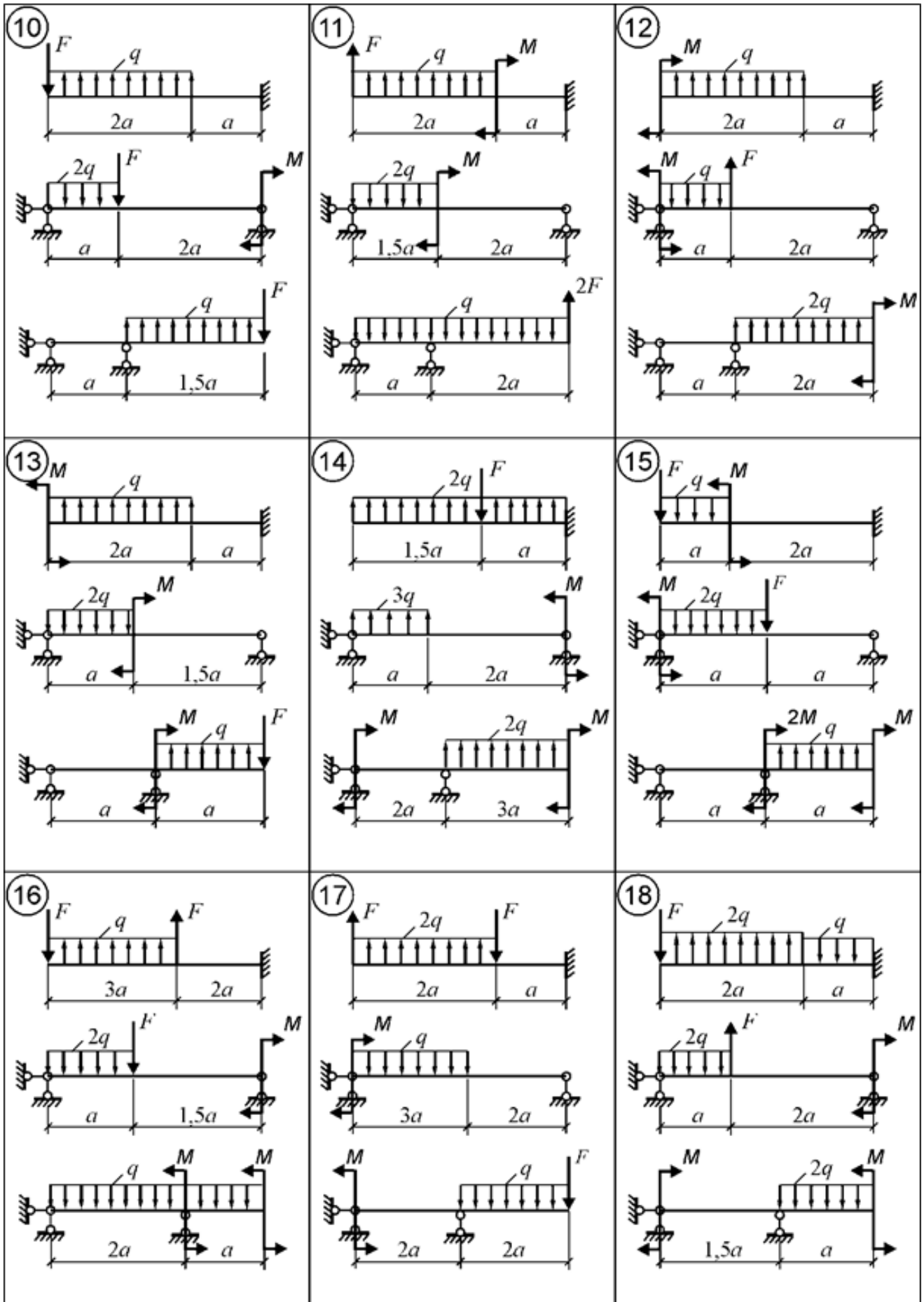
1. разбить балку на участки, обозначив длину каждого из них;
2. при необходимости определить реакции опор;
3. используя уравнения равновесия, записать аналитические выражения для внутренних усилий  $Q$  и  $M$  в произвольном сечении каждого из участков;
4. построить эпюры внутренних усилий в выбранном масштабе;
5. проверить правильность построения эпюр, используя дифференциальные зависимости между  $M, Q$  и  $q$ .

Исходные данные к задачам выбираются по таблице

Таблица

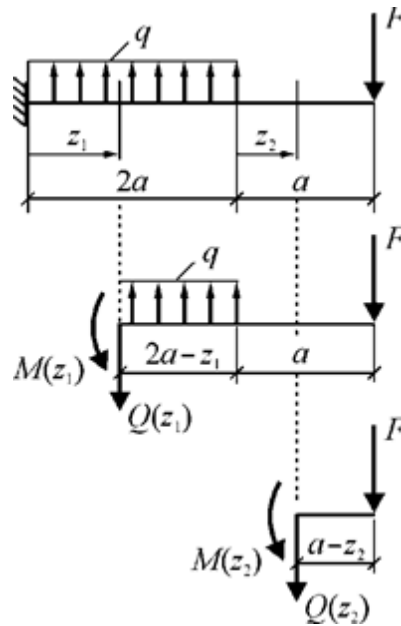
Номер варианта	а, м	F, кН	M, кНм	q, кН/м
1	4,0	10	30	3
2	3,0	14	12	5
3	2,0	12	24	4
4	2,5	16	18	8
5	3,5	20	20	10





## Примеры выполнения РГЗ №4

### Пример 1.



**Рис. 1. Координаты сечений и схемы нагружения выделяемых частей балки**

#### Построение эпюр внутренних усилий

**Участок 1:**  $0 \leq z_1 \leq 2a$ .

Выражения для  $Q(z_1)$  и  $M(z_1)$ , полученные из уравнений равновесия *правой* части балки (рис. 8):

$$Q(z_1) = - \{ -q(2a - z_1) + F \};$$

$$M(z_1) = - \left\{ q(2a - z_1) \cdot \frac{2a - z_1}{2} - F(2a - z_1 + a) \right\}.$$

Для построения эпюр вычисляются значения  $Q(z_1)$  и  $M(z_1)$  в характерных точках участка 1.

$$Q(0) = 2qa - F = 2 \cdot 10 \cdot 1 - 15 = 5 \text{ кН.}$$

$$Q(2a) = -F = -15 \text{ кН.}$$

$$M(0) = -q \cdot 2a^2 + F \cdot 3a = -10 \cdot 2 \cdot 1^2 + 15 \cdot 3 \cdot 1 = 25 \text{ кНм.}$$

$$M(a) = -q \cdot a^2/2 + F \cdot 2a = -0,5 \cdot 10 \cdot 1^2 + 15 \cdot 2 \cdot 1 = 25 \text{ кНм.}$$

$$M(2a) = F \cdot a = 15 \cdot 1 = 15 \text{ кНм.}$$

В пределах участка знак поперечной силы изменяется, следовательно,  $M(z_1)$  имеет на участке точку экстремума. Координата точки  $Q(z_1) = 0$ :  $z_1 = 0,5a$ . Момент в точке экстремума:

$$M(0,5a) = -0,5q(2a - 0,5a)^2 + F(3a - 0,5a) = -0,5 \cdot 10 \cdot (1,5 \cdot 1)^2 + 15 \cdot (2,5 \cdot 1) = 26,25 \text{ кНм.}$$

**Участок 2:**  $0 \leq z_2 \leq a$ .

Выражения для  $Q(z_2)$  и  $M(z_2)$ , полученные из уравнений равновесия *правой* части балки (см. рис. 1):

$$Q(z_2) = - \{ F \} = \text{const};$$

$$M(z_2) = - \{ -F(a - z_2) \}.$$



Для построения эпюр вычисляются значения  $Q$  и  $M$  в характерных точках участка 2.

$$Q = \text{const} = -F = -15 \text{ кН.}$$

$$M(0) = F \cdot a = 15 \cdot 1 = 15 \text{ кНм.}$$

$$M(a) = 0.$$

Эпюры  $Q$  и  $M$ , построенные по вычисленным значениям внутренних усилий в выбранных точках участков, изображены на рис. 2.

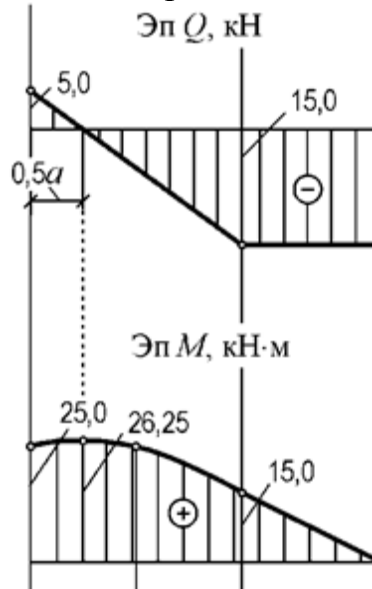


Рис. 2. Эпюры  $Q$  и  $M$  для расчетной схемы а) рис.7.

### Пример 2.

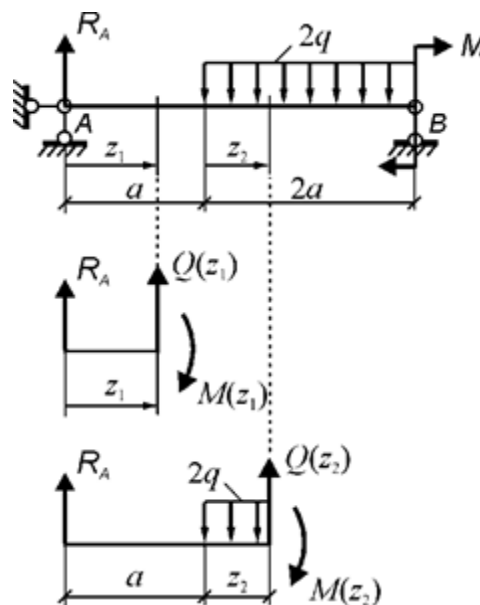


Рис. 3. Координаты сечений и схемы нагружения выделяемых частей балки

**Определение реакции  $R_A$**  (рис. 3)

$$\Sigma M_B = 0. \quad R_A \cdot 3a - 2q \cdot 2a \cdot 2a/2 + M = 0.$$

Отсюда

$$R_A = (4q \cdot a^2 - M) / 3a = \frac{1}{3 \cdot 1} (4 \cdot 10 \cdot 1^2 - 20) = 6,67 \text{ кН.}$$

## Построение эпюр внутренних усилий

**Участок 1:**  $0 \leq z_1 \leq a$ .

Выражения для  $Q(z_1)$  и  $M(z_1)$ , полученные из уравнений равновесия *левой* части балки (см. рис. 3):

$$Q(z_1) = - \{ R_A \};$$

$$M(z_1) = - \{ R_A \cdot z_1 \}.$$

Для построения эпюр вычисляются значения  $Q$  и  $M$  в характерных точках участка 1.

$$Q = \text{const} = - R_A = - 6,67 \text{ кН.}$$

$$M(0) = 0.$$

$$M(a) = R_A \cdot a = 6,67 \cdot 1 = 6,67 \text{ кНм.}$$

**Участок 2:**  $0 \leq z_2 \leq 2a$ .

Выражения для  $Q(z_2)$  и  $M(z_2)$ , полученные из уравнений равновесия *левой* части балки (см. рис. 10):

$$Q(z_2) = - \{ R_A - 2q \cdot z_2 \};$$

$$M(z_2) = - \{ R_A(a + z_2) - 2q \cdot z_2 \cdot z_2 / 2 \}.$$

Для построения эпюр вычисляются значения  $Q$  и  $M$  в характерных точках участка 2.

$$Q(0) = - R_A = - 6,67 \text{ кН.}$$

$$Q(2a) = - R_A + 2q \cdot 2a = - 6,67 + 4 \cdot 10 \cdot 1 = 33,33 \text{ кН.}$$

$$M(0) = - R_A \cdot a = - 6,67 \cdot 1 = - 6,67 \text{ кНм.}$$

$$M(a) = - R_A \cdot 2a + q \cdot a^2 = - 6,67 \cdot 2 \cdot 1 + 10 \cdot 1^2 = - 3,33 \text{ кНм.}$$

$$M(2a) = - R_A(a + 2a) + q(2a)^2 = - 6,67 \cdot 3 \cdot 1 + 10 \cdot (2 \cdot 1)^2 = 20 \text{ кНм.}$$

Так как в пределах участка знак поперечной силы изменяется, то  $M(z_2)$  имеет на участке точку экстремума. Координата точки экстремума:  $z_2 = 0,334a$ . Момент в точке экстремума:

$$M(0,334a) = - R_A(a + 0,334a) + q(0,334a)^2 = - 6,67 \cdot 1,334 \cdot 1 + 10 \cdot (0,334 \cdot 1)^2 = - 7,78 \text{ кНм.}$$

Эпюры  $Q$  и  $M$ , построенные по вычисленным значениям внутренних усилий в выбранных точках участков, изображены на рис. 4.

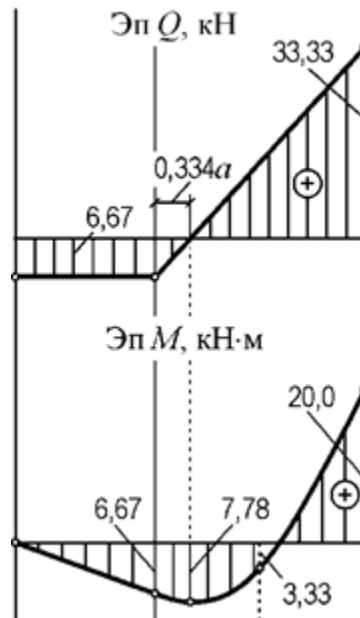


Рис. 4. Эпюры  $Q$  и  $M$  для расчетной схемы б) рис.7.

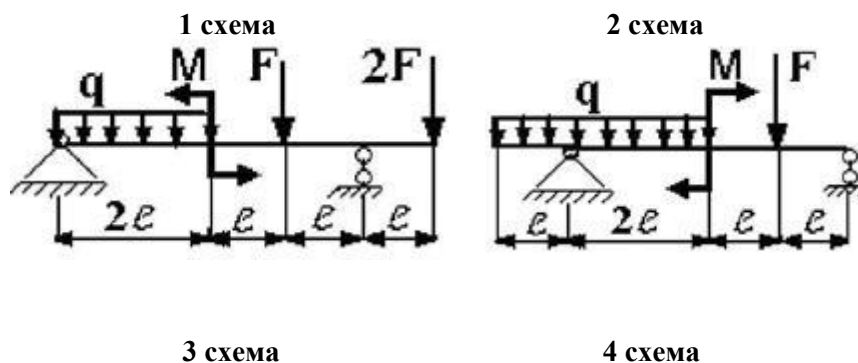
**РГЗ №5 а) ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ПОДБОР СЕЧЕНИЙ ДВУХОПОРНЫХ БАЛОК, РАБОТАЮЩИХ НА ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ»**

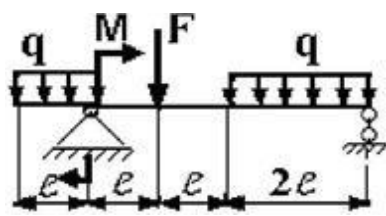
Для заданной двухопорной балки при указанных на схеме нагрузках и размерах требуется:

1. Определить опорные реакции.
2. Построить аналитически эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
3. Установить опасные сечения для нормальных и для касательных напряжений.
4. Подобрать двутавровое сечение, приняв  $[\sigma] = 160$  МПа, и выполнить его проверку по нормальным напряжениям.

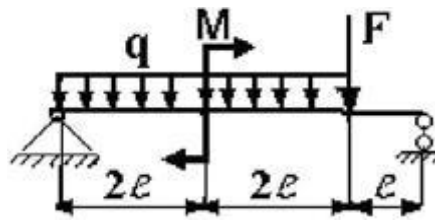
Таблица

Параметры	Числовые значения вариантов				
	1	2	3	4	5
М, кН	20	24	30	28	23
F, кН	30	20	40	50	25
q, кН/м	50	60	80	40	70
l, м	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5

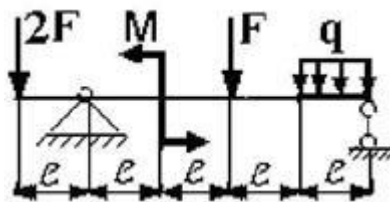




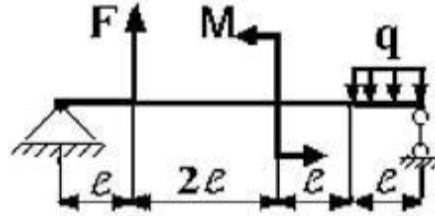
5 схема



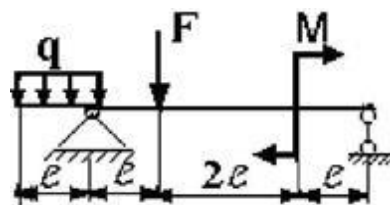
6 схема



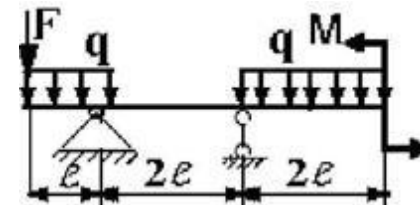
7 схема



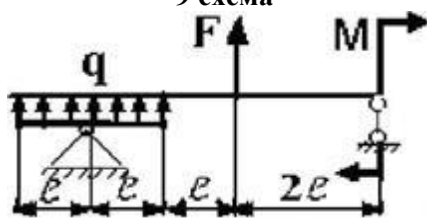
8 схема



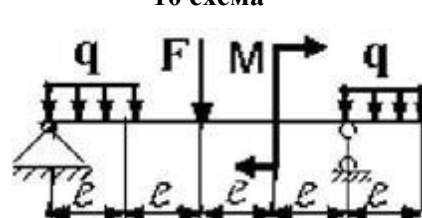
9 схема



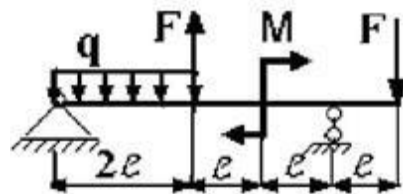
10 схема



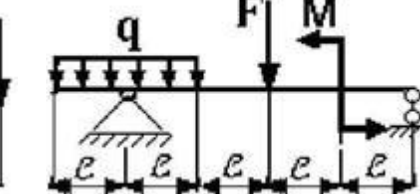
11 схема



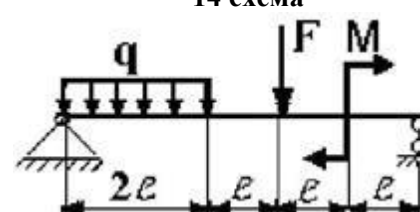
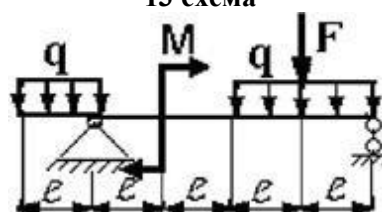
12 схема



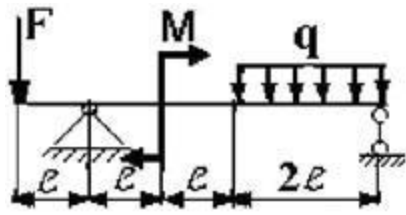
13 схема



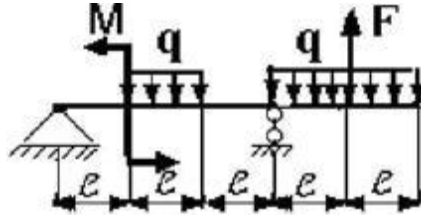
14 схема



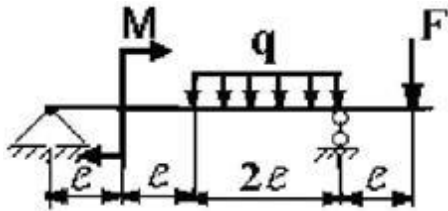
15 схема



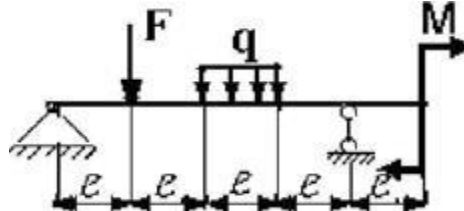
16 схема



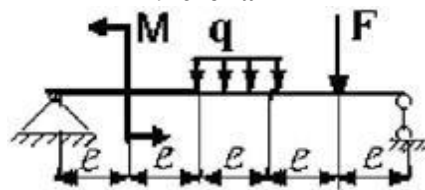
17 схема



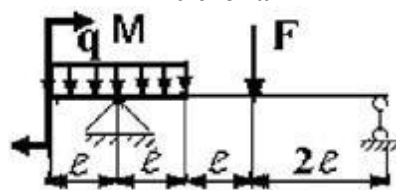
18 схема



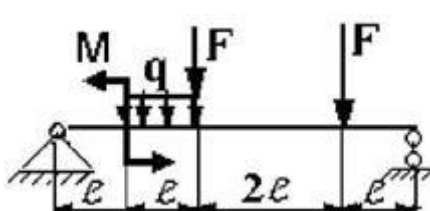
19 схема



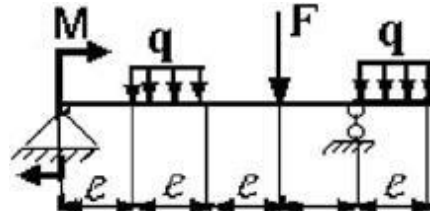
20 схема



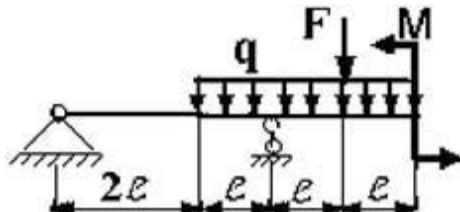
21 схема



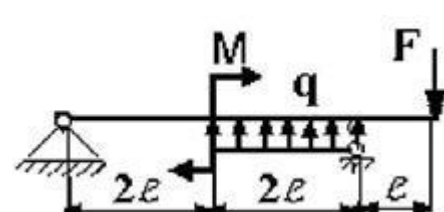
22 схема



23 схема

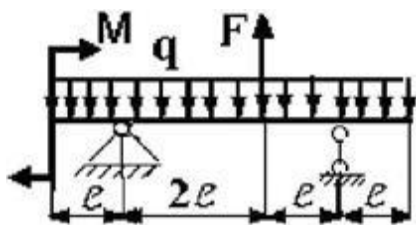


24 схема

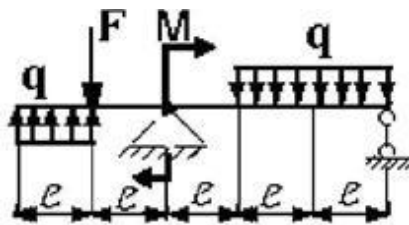


25 схема

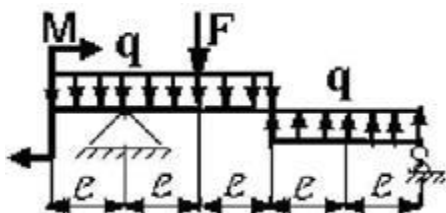
26 схема



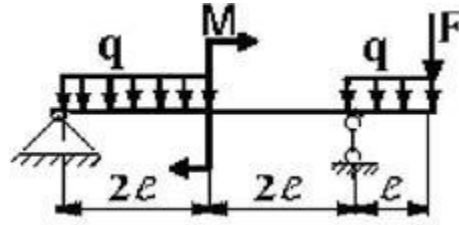
27 схема



28 схема



29 схема



30 схема

**б) ЗАДАНИЕ НА ТЕМУ: «ПОДБОР СЕЧЕНИЙ КОНСОЛЬНЫХ БАЛОК, РАБОТАЮЩИХ НА ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ»**

Для заданной консольной балки при указанных на схеме нагрузках и размерах требуется:

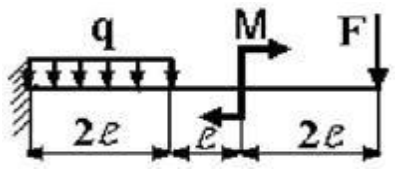
1. Определить опорные реакции.
2. Построить аналитически эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
3. Установить опасное сечение балки по нормальным напряжениям.
4. Подобрать прямоугольное сечение при соотношении сторон  $b/h = 0,5$ , приняв  $[\sigma] = 8,3$  МПа (сосна).
5. Построить эпюру нормальных напряжений для опасного сечения.

Таблица

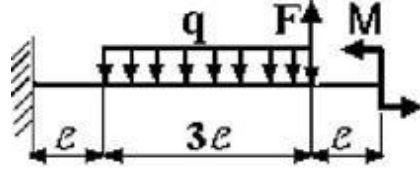
Параметры	Числовые значения вариантов				
	1	2	3	4	5
M, кН	20	12	20	12	18
F, кН	15	40	32	20	28
q, кН	20	10	5	8	18
l, м	1,0	1,5	2,0	2,5	2,0

1 схема

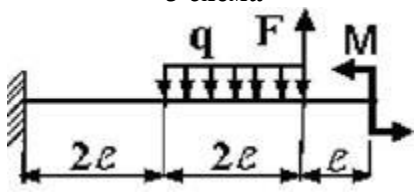
2 схема



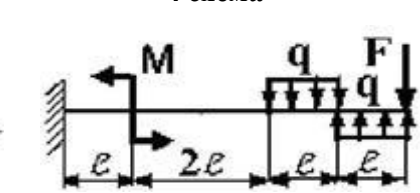
3 схема



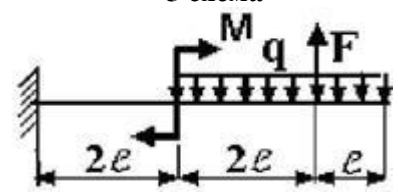
4 схема



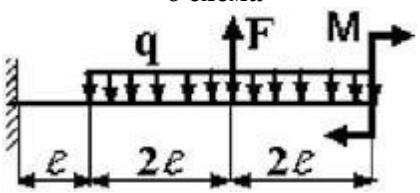
5 схема



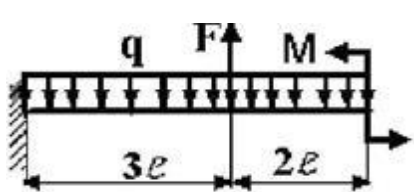
6 схема



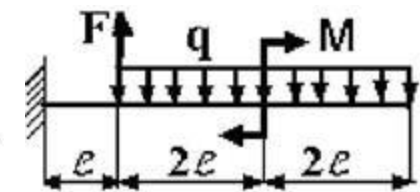
7 схема



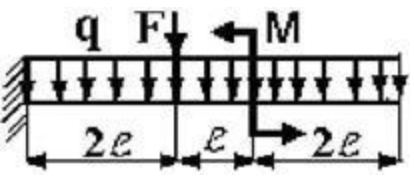
8 схема



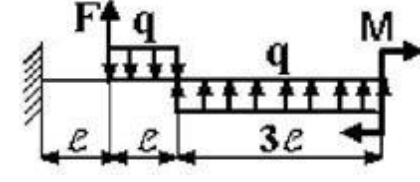
9 схема



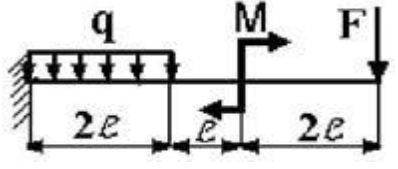
10 схема



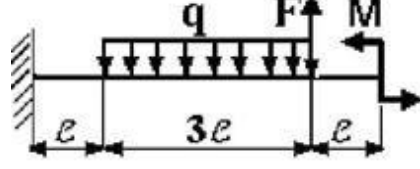
11 схема



12 схема

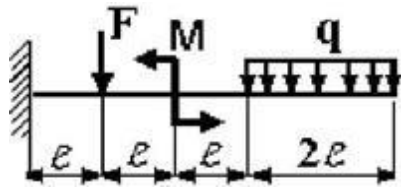


13 схема

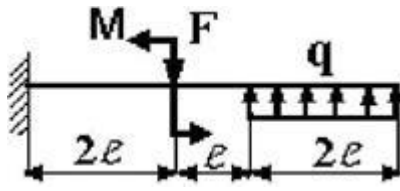


14 схема

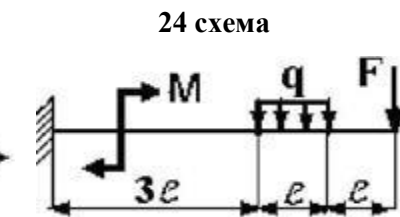
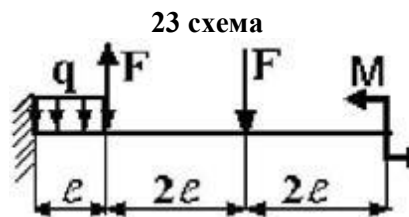
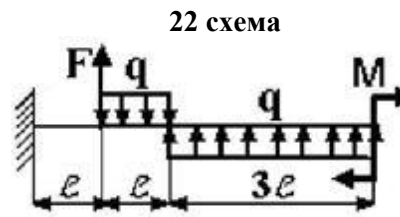
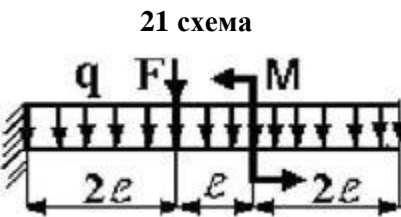
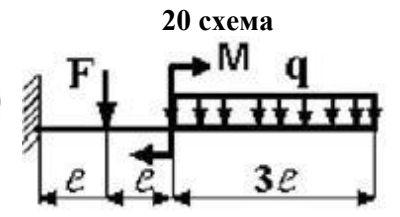
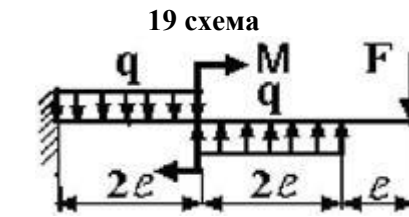
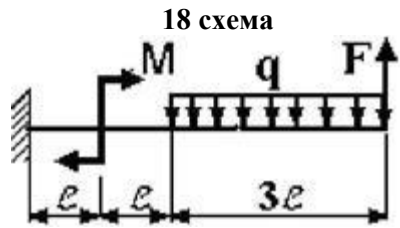
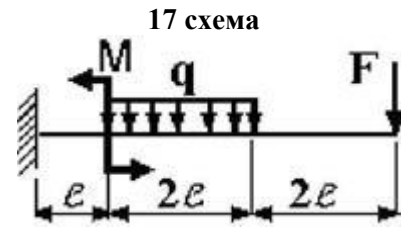
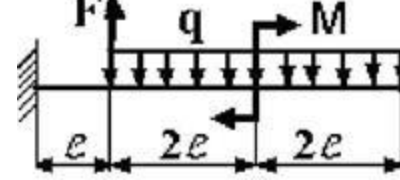
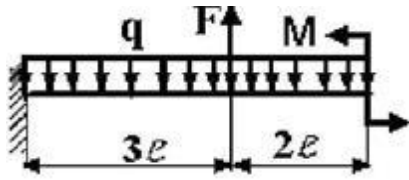




15 схема

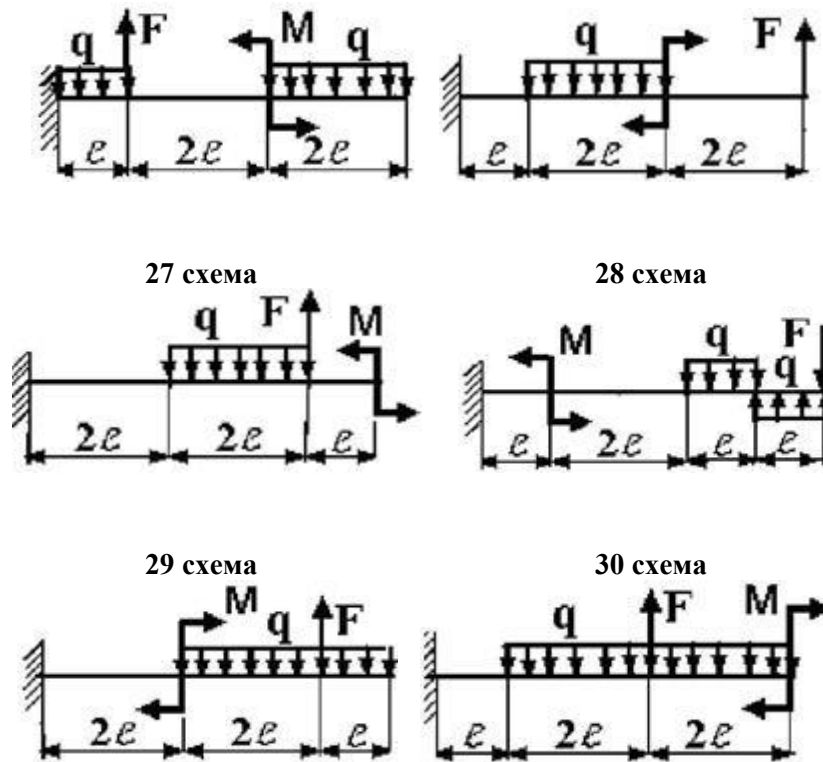


16 схема



25 схема

26 схема



### Пример выполнения РГЗ №5

Для заданной балки при указанных на схеме нагрузках и размерах балки, форме поперечного сечения требуется:

1. разбить балку на участки, обозначив длину каждого из них;
2. определить реакции опор;
3. записать аналитические выражения для внутренних усилий на каждом участке;
4. построить эпюры внутренних усилий в выбранном масштабе;
5. по эпюре определить максимальный по модулю изгибающий момент и назначить размеры поперечного сечения, используя условие прочности по нормальным напряжениям;
6. записать уравнения метода начальных параметров для моментов, углов поворота сечений и прогибов;
7. построить эпюры углов поворота и прогибов;
8. проверить правильность построения эпюр по дифференциальным зависимостям между моментами, углами поворота и прогибами;
9. найти максимальный по модулю прогиб и назначить размеры поперечного сечения по условию жесткости;
10. назначить окончательные размеры поперечного сечения по условиям прочности и жесткости.

Дополнительно для всех вариантов принять: форму поперечного сечения балки – стандартный двутавровый профиль; расчетное сопротивление стали  $R = 200$  МПа; нормативный прогиб  $[v] = a/300$ ; модуль упругости стали  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

*Примечание:* Данные для решения задачи взять в табл. 1, на рис. 1.

Таблица 1

$a,$ м	$q,$ кН/м	$F,$ кН	$M,$ кНм
1,5	15	20	25

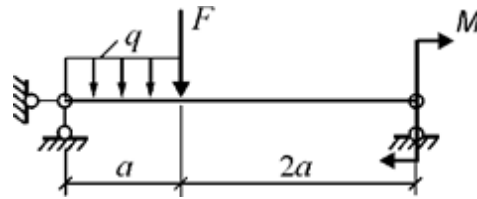


Рис. 1. Схема балки

**Решение.**

**Определение реакций опор**

Из уравнений статики всей балки (рис. 2) определяются реакции  $R_A$  и  $R_B$ .

$$\Sigma M_B = 0. \quad R_A \cdot 3a - q \cdot a(0,5a + 2a) - F \cdot 2a + M = 0.$$

$$\Sigma F_y = 0. \quad R_A - q \cdot a - F + R_B = 0.$$

Отсюда

$$R_A = \frac{1}{3a} (q \cdot 2,5a^2 + F \cdot 2a - M) = \frac{1}{3 \cdot 1,5} (15 \cdot 2,5 \cdot 1,5^2 + 20 \cdot 2 \cdot 1,5 - 25) = 26,53 \text{ кН},$$

$$R_B = -R_A + q \cdot a + F = -26,53 + 15 \cdot 1,5 + 20 = 15,97 \text{ кН}.$$

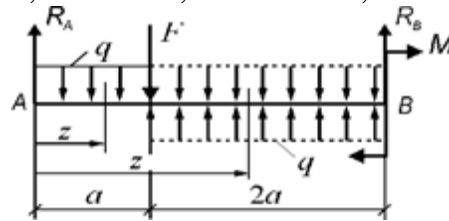


Рис. 2. Расчетная схема балки

**Построение эпюр внутренних усилий**

**Участок 1:**  $0 \leq z_1 \leq a$ .

Выражения для  $Q(z_1)$  и  $M(z_1)$ , полученные из уравнений равновесия *левой* оставляемой для рассмотрения части балки (см. рис. 2):

$$Q(z_1) = - \{ R_A - q \cdot z_1 \};$$

$$M(z_1) = - \{ R_A \cdot z_1 - q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} \}.$$

Для построения эпюр вычисляются значения  $Q$  и  $M$  в характерных точках участка 1.

$$Q(0) = -R_A = -26,53 \text{ кН}.$$

$$Q(a) = -R_A + q \cdot a = -26,53 + 15 \cdot 1,5 = -4,03 \text{ кН}.$$

$$M(0) = 0.$$

$$M(0,5a) = -R_A \cdot 0,5a + 0,5q(0,5a)^2 = -26,53 \cdot 0,5 \cdot 1,5 + 0,5 \cdot 15(0,5 \cdot 1,5)^2 = -15,68 \text{ кНм}.$$

$$M(a) = -R_A \cdot a + \frac{1}{2} q \cdot a^2 = -26,53 \cdot 1,5 + \frac{1}{2} 15 \cdot 1,5^2 = -22,92 \text{ кНм}.$$

**Участок 2:**  $0 \leq z_2 \leq 2a$ .

Выражения для  $Q(z_2)$  и  $M(z_2)$ , полученные из уравнений равновесия *левой* оставляемой для рассмотрения части балки (см. рис. 2):

$$Q(z_2) = - \{ R_A - q \cdot a - F \};$$

$$M(z_2) = - \{ R_A(a + z_2) - q \cdot a(0,5a + z_2) - F \cdot z_2 \}.$$

Для построения эпюр вычисляются значения  $Q$  и  $M$  в характерных точках участка 2.

$$Q = \text{const} = -R_A + q \cdot a + F = -26,53 + 15 \cdot 1,5 + 20 = 15,97 \text{ кН}.$$

$$M(0) = -R_A \cdot a + 0,5q \cdot a^2 = -26,53 \cdot 1,5 + 0,5 \cdot 15 \cdot 1,5^2 = -22,92 \text{ кНм}.$$

$$M(2a) = -R_A \cdot 3a + q \cdot a(0,5a + 2a) + F \cdot 2a = -26,53 \cdot 3 \cdot 1,5 + 15 \cdot 1,5 \cdot 2,5 \cdot 1,5 + 20 \cdot 2 \cdot 1,5 = 25,0 \text{ кНм}.$$

Эпюры  $Q$  и  $M$ , построенные по вычисленным значениям внутренних усилий в выбранных точках участков, изображены на рис.3.

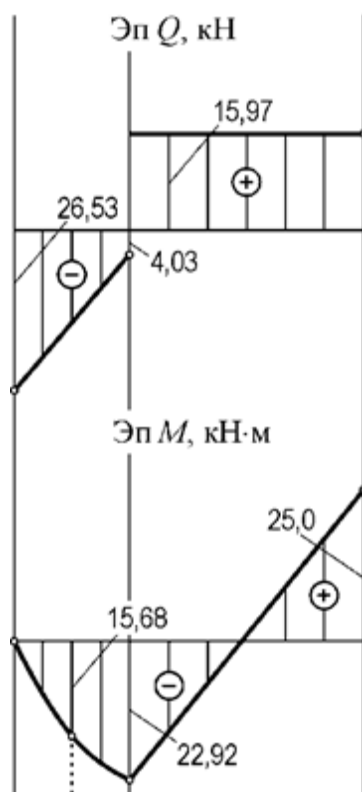


Рис. 3. Эпюры  $Q$  и  $M$

### Определение размеров сечения по условию прочности

По эпюре изгибающих моментов (рис. 3) находится наибольший по модулю (расчетный) момент  $M_{max} = 25,0$  кНм.

Определяется необходимый момент сопротивления сечения при изгибе

$$W_u \geq \frac{M_{max}}{R} = \frac{25 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^6} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 125 \text{ см}^3.$$

По таблице стандартных прокатных профилей (см. раздел «Справочные данные») выбирается и назначается двутавровый профиль № 18, у которого  $W_u = 143 \text{ см}^3$ .

### Составление уравнений метода начальных параметров для изгибающих моментов, углов поворота сечений и прогибов

В соответствии с правилами составления универсальных уравнений распределенная нагрузка  $q$ , действующая только на участке 1, продлевается до конца

балки, т.е. до конца участка 2, а на участке 2 прикладывается нагрузка  $q$  противоположного направления (рис. 4).

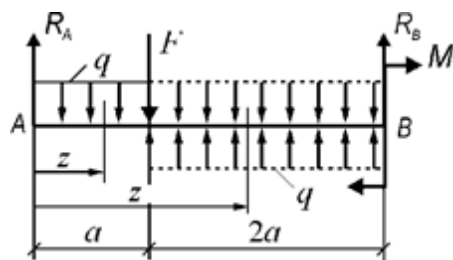


Рис. 4. Схема для составления универсальных уравнений

Таким образом, на участке 2, свободном от нагрузки  $q$ , продленная и вновь приложенная нагрузки уравновешены и обе заканчиваются в конце балки. Координаты сечений  $z$  на участках 1 и 2 отсчитываются от начала балки. По схеме, изображенной на рис. 4, составляется аналитическое выражение для изгибающих моментов на участках 1 и 2 в форме одного универсального уравнения

$$M(z) = -R_A \cdot z + q \cdot \frac{z^2}{2} |1 + F(z - a) - q \cdot \frac{(z-a)^2}{2} |2. \quad (1)$$

Интегрированием дифференциального соотношения

$$EJ \frac{d\varphi}{dz} = M(z)$$

с учетом формулы (1) находится выражение для определения углов поворота сечений:

$$EJ\varphi(z) = EJ\varphi_0 - R_A \cdot \frac{z^2}{2} + q \cdot \frac{z^3}{6} |1 + F \cdot \frac{(z-a)^2}{2} - q \cdot \frac{(z-a)^3}{6} |2, \quad (2)$$

где  $EJ\varphi_0$  – постоянная интегрирования, пропорциональная углу поворота  $\varphi_0 = \varphi(0)$ .

Интегрированием дифференциального уравнения

$$EJ \frac{dv}{dz} = -EJ\varphi(z)$$

с учетом равенства (2) получается выражение для определения прогибов:

$$EJv(z) = EJv_0 - EJ\varphi_0 \cdot z + R_A \cdot \frac{z^3}{6} - q \cdot \frac{z^4}{24} |1 - F \cdot \frac{(z-a)^3}{6} + q \cdot \frac{(z-a)^4}{24} |2, \quad (3)$$

где  $EJv_0$  – постоянная интегрирования, пропорциональная прогибу в начале координат, т.е. прогибу  $v_0 = v(0)$ .

### Определение постоянных $EJ\varphi_0$ и $EJv_0$

Из анализа закрепления оси балки (рис. 2) составляются условия в точках закрепления:

$$\begin{aligned} EJv(0) &= 0; \\ EJv(3a) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя условия (4) и равенство (3), записываются два уравнения, содержащих две искомые константы:

$$\begin{aligned} EJv_0 &= 0, \\ -EJv_0 + 3a \cdot EJ\varphi_0 &= R_A \cdot \frac{(3a)^3}{6} - q \cdot \frac{(3a)^4}{24} - F \cdot \frac{(2a)^3}{6} + q \cdot \frac{(2a)^4}{24}. \end{aligned}$$

Решением этой системы уравнений определяются значения постоянных:

$$EJv_0 = 0;$$

$$EJ\varphi_0 = 23,836 \text{ кНм}^2.$$

### Построение эюр $EJ\varphi(z)$ и $EJ\nu(z)$

Для построения эюры  $EJ\varphi(z)$  вычисляются значения этой функции в характерных точках участков 1 и 2 по выражению (2).

$$EJ\varphi(0) = EJ\varphi_0 = 23,836 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(0,5a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{(0,5-1,5)^2}{2} + 15 \cdot \frac{(0,5-1,5)^3}{6} = 17,429 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{1,5^2}{2} + 15 \cdot \frac{1,5^3}{6} = 2,427 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(1,5a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{(1,5-1,5)^2}{2} + 15 \cdot \frac{(1,5-1,5)^3}{6} + 20 \cdot \frac{(0,5-1,5)^2}{2} - 15 \cdot \frac{(0,5-1,5)^3}{6} = -10,271 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(2a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{(2-1,5)^2}{2} + 15 \cdot \frac{(2-1,5)^3}{6} + 20 \cdot \frac{1,5^2}{2} - 15 \cdot \frac{1,5^3}{6} = -13,987 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(2,5a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{(2,5-1,5)^2}{2} + 15 \cdot \frac{(2,5-1,5)^3}{6} + 20 \cdot \frac{(1,5-1,5)^2}{2} - 15 \cdot \frac{(1,5-1,5)^3}{6} = -8,719 \text{ кНм}^2.$$

$$EJ\varphi(3a) = 23,836 - 26,53 \cdot \frac{(3-1,5)^2}{2} + 15 \cdot \frac{(3-1,5)^3}{6} + 20 \cdot \frac{(2-1,5)^2}{2} - 15 \cdot \frac{(2-1,5)^3}{6} = 5,532 \text{ кНм}^2.$$

Для построения эюры  $EJ\nu(z)$  вычисляются значения этой функции в характерных точках участков 1 и 2 по выражению (3).

$$EJ\nu(0) = EJ\nu_0 = 0.$$

$$EJ\nu(0,5a) = -23,836 \cdot 0,5 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(0,5-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(0,5-1,5)^4}{24} = -16,209 \text{ кНм}^3.$$

$$EJ\nu(a) = -23,836 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{1,5^3}{6} - 15 \cdot \frac{1,5^4}{24} = -16,209 \text{ кНм}^3.$$

$$EJ\nu(1,5a) = -23,836 \cdot 1,5 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(1,5-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(1,5-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{(0,5-1,5)^3}{6} + 15 \cdot \frac{(0,5-1,5)^4}{24} = -23,995 \text{ кНм}^3.$$

$$EJ\nu(2a) = -23,836 \cdot 2 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(2-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(2-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{1,5^3}{6} + 15 \cdot \frac{1,5^4}{24} = -10,834 \text{ кНм}^3.$$

$$EJ\nu(2,5a) = -23,836 \cdot 2,5 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(2,5-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(2,5-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{(1,5-1,5)^3}{6} + 15 \cdot \frac{(1,5-1,5)^4}{24} = -1,758 \text{ кНм}^3.$$

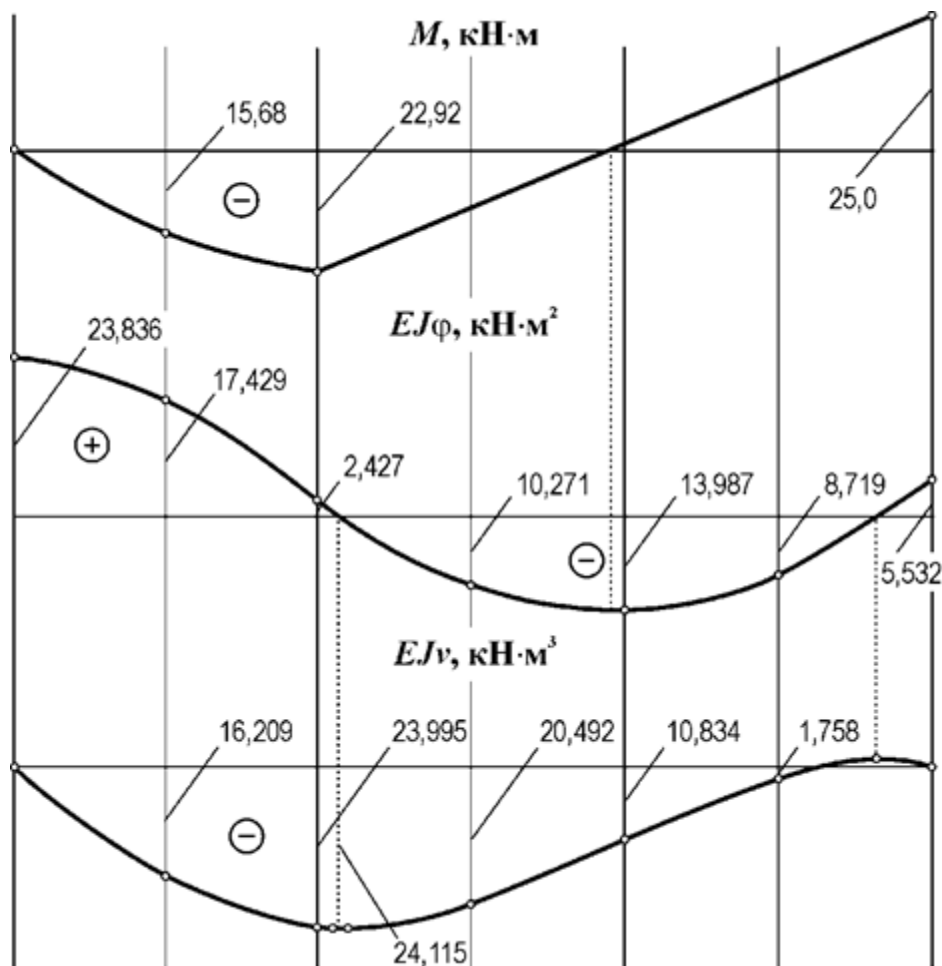
$$EJ\nu(3a) = -23,836 \cdot 3 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(3-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(3-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{(2-1,5)^3}{6} + 15 \cdot \frac{(2-1,5)^4}{24} = 0.$$

Дополнительно вычисляются значения  $EJ\nu(z)$  в точках, близких к точке смены знака функции  $EJ\varphi(z)$ .

$$EJ\nu(1,05a) = -23,836 \cdot 1,05 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(1,05-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(1,05-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{(0,05-1,5)^3}{6} + 15 \cdot \frac{(0,05-1,5)^4}{24} = -24,114 \text{ кНм}^3.$$

$$EJ\nu(1,1a) = -23,836 \cdot 1,1 \cdot 1,5 + 26,53 \cdot \frac{(1,1-1,5)^3}{6} - 15 \cdot \frac{(1,1-1,5)^4}{24} - 20 \cdot \frac{(0,1-1,5)^3}{6} + 15 \cdot \frac{(0,1-1,5)^4}{24} = -24,110 \text{ кНм}^3.$$

Эюры  $EJ\varphi(z)$  и  $EJ\nu(z)$ , построенные по вычисленным значениям этих функций в выбранных точках участков, изображены на рис. 5.



**Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов, относительных углов поворота сечений и прогибов**

### Определение размеров сечения по условию жесткости

По эпюре относительных прогибов определяется расчетная величина  $(EJ\nu)_{max}$  (см. рис. 5).

$$(EJ\nu)_{max} = 24,115 \text{ кНм}^3.$$

Находится требуемый момент инерции сечения

$$J \geq \frac{(EJ\nu)_{max}}{E[\nu]} = \frac{24,115 \cdot 10^3 \cdot 300}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,5} = 24,115 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4 = 2411,5 \text{ см}^4.$$

По таблице стандартных прокатных профилей (см., раздел «Справочные данные») выбирается и назначается двутавровый профиль № 22, у которого  $J = 2550 \text{ см}^4$ .

### Установление размеров сечения балки по условиям прочности и жесткости

Из расчетов размеров сечения по условиям прочности и жесткости окончательно устанавливается двутавровый профиль № 22, обеспечивающий и прочность, и жесткость балки.

$$d_{он} = \sqrt[3]{\frac{M_{np}}{0,1[\sigma]_z}}, \text{ мм} \quad (1)$$

где  $M_{np}$  – приведенный момент в опасном сечении, МПа;

$[\sigma]_z$  – допускаемое напряжение при изгибе, принимают  $[\sigma]_z \approx 50...60$  МПа.

Приведенный момент  $M_{np}$  в соответствии с теорией наибольших касательных напряжений рассчитывают по зависимости:

$$M_{np} = \sqrt{M_{u1}^2 + M_{u2}^2 + M_{np}^2}, \text{ Нм.} \quad (2)$$

Проводят анализ полученного результата. Может оказаться, что диаметр вала в опасном сечении  $d_{он}$  больше диаметра вала в этом сечении, полученному в результате компоновки  $d_k$ . Это означает, что в эскизе вала необходимо увеличить диаметр вала под колесом не менее, чем  $d_{он}$ .

Если диаметр вала в опасном сечении  $d_{он}$  оказался меньше, чем  $d_k$ , то диаметр вала под колесом  $d_k$  можно оставить без изменения.

### **Расчет вала на сопротивление усталости (выносливость)**

Опыт эксплуатации показывает, что для валов основной причиной выхода из строя является усталостное разрушение и поэтому для валов расчет на сопротивление усталости является одним из основных.

Для проведения усталостного расчета необходимо следующее: рабочий чертеж вала, вид нагружения (реверсивное или нереверсивное), силовые факторы (крутящий момент, вид и величина действующих в исследуемом сечении переменных напряжений), материал и термическая обработка вала, виды и расположение концентраторов напряжений, шероховатость поверхностей.

Расчет выполняют в форме проверки коэффициента запаса прочности  $S$ , который должен удовлетворять неравенство:

$$S = \frac{S_\sigma S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \geq [S] \quad (3)$$

где  $S_\sigma$  – коэффициент запаса по нормальным напряжениям изгиба;

$S_\tau$  – коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям кручения;

$[S]$  – допустимый коэффициент запаса усталостной прочности, выбирается в пределах 1,5...2,5 для отрасли машиностроения.

Коэффициент запаса по нормальным напряжениям изгиба:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \sigma_a + \phi_\sigma \sigma_m} \quad (4)$$



$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\sigma D} \tau_a + \phi_{\tau} \tau_m}, \quad (5)$$

где  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  – пределы выносливости материала вала, ориентировочно предел выносливости для конструкционных сталей равен:

$$\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,45) \sigma_s; \quad \tau_{-1} = 0,25 \sigma_s; \quad (6)$$

$K_{\sigma D}$  и  $K_{\tau D}$  – суммарные коэффициенты, учитывающие влияние всех факторов на сопротивление усталости соответственно при изгибе и кручении:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon} + K_F - 1 \right) / K_V, \quad (7)$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_{\tau}}{\varepsilon} + K_F - 1 \right) / K_V; \quad (8)$$

$K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  – эффективные коэффициенты концентрации напряжений (отношение предела усталости, полученного в результате испытаний гладких образцов, к пределу усталости, полученному на образцах с концентраторами напряжений) соответственно при изгибе и кручении;

$\varepsilon$  – коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения – масштабный фактор (отношение предела усталости образцов и деталей реальных размеров к пределу усталости, полученному при испытаниях стандартных образцов малых диаметров);

$K_F$  – коэффициент влияния шероховатости поверхности;

$K_V$  – коэффициент влияния упрочнения, вводимый для валов и осей с поверхностным упрочнением (закалка ТВЧ – цементация, азотирование и т.п.);

$\sigma_a$  и  $\sigma_m$  – амплитудные и средние напряжения при изгибе;

$\tau_a$  и  $\tau_m$  – амплитудные и средние напряжения при кручении;

$\psi_{\sigma}$  и  $\psi_{\tau}$  – коэффициенты чувствительности материала к асимметрии цикла напряжений соответственно при изгибе и кручении.

Для оценки выносливости вала в целом необходимо выполнить проверку коэффициента запаса прочности для нескольких характерных участков вала (например, в опасном сечении, в месте установки полумуфты или шкива ременной передачи, в местах нарезания шпоночных пазов и т.п.). Только при выполнении во всех этих сечениях можно говорить об удовлетворении усталостной прочности всего вала.

Если в сечении имеются два концентратора напряжений, то в расчет принимается наибольший из них. При отсутствии в сечении одного из видов нагружения (изгиба) коэффициент запаса прочности в этом сечении приравнивается к частному коэффициенту запаса прочности по действующим напряжениям ( $S = S_{\tau}$ ).

## V. ТЕСТ, ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ (Т)

На выполнение работы дается 60 минут. Тест включает 20 заданий с выбором ответа. К каждому заданию дается 3 ответа, только один из которых правильный.

Рекомендуется выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задания, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, то Вы можете вернуться к пропущенным заданиям.

За каждый правильный ответ в зависимости от сложности задания дается от одного до 3 баллов. Баллы, полученные Вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

№	Проверяемые знания/умения (в соответствии с ФГОС)	Содержание учебного материала	Содержание задания	Варианты ответов	Верный ответ	Уровень сложности	Максимальный балл за правильное выполнение	Примерное время выполнения задания
1	<i>Знать</i> основные понятия сопротивления материалов. <i>Уметь</i> отличать внешние силы от внутренних (усилий).	Введение в раздел технической механики: <i>сопротивление материалов</i>	<b>В сопротивлении материалов внутренними силами считают:</b>	А. силы реакции опор  Б. активные силы  В. усилия, возникающие в балке под действием нагрузки	В	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты
2	<i>Знать</i> классификацию сил. <i>Уметь</i> правильно классифицировать различные виды нагрузок и силовых факторов.	Введение в сопротивление материалов. <i>Силы внешние и внутренние.</i>	<b>В сопротивлении материалов внешними силами считают:</b>	А. только силы реакции опор  Б. только активные силы  В. силы реакции опор и активные силы	В	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты
3	<i>Знать</i> прием выявления внутренних силовых	Основные методы сопротивления	<b>Выберите из ряда понятий правильное продолжение</b>	А. метод кинестатик и	Б	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты

	факторов, применяемый в технической механике. <i>Уметь</i> применять этот прием при решении задач.	материалов.	<b>определения:</b> <i>Метод для определения внутренних сил – это ...</i>	Б. метод сечений  В. метод проекций				
4	<i>Знать</i> правила распределения внутренних сил по поперечному сечению бруса.	Силы внешние внутренние.	<b>Метод сечений</b> означает, что каждая отсеченная часть конструкции находится в равновесии под действием...	А. только внешних сил  Б. только внутренних сил  В. внешних и внутренних сил	В	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
5	<i>Знать</i> правила распределения внутренних сил по поперечному сечению бруса.	Силы внешние внутренние.	<b>В общем случае в поперечном сечении возникает...</b>	А. 6 внутренних силовых факторов  Б. 4 внутренних силовых факторов  В. 5 внутренних силовых факторов	А	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
6	<i>Знать</i> правила распределения внутренних сил по поперечному сечению бруса.	Силы внешние внутренние.	<b>Выберите из ряда понятий правильный ответ на определение:</b> <i>Внутренние силовые факторы в общем случае – это...</i>	А. только продольная сила и две поперечных  Б. продольная сила, две поперечные силы и моменты: $M_x$ , $M_y$ , $M_z$  В. только моменты $M_x$ , $M_y$ , $M_z$	Б	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
7	<i>Знать</i> правильные обозначения внутренних усилий и их единицы измерения.	Внутренние силы и напряжения, возникающие в поперечных сечениях	<b>Выберите из предложенных вариантов правильное обозначение продольной силы.</b>	А. $N$  Б. $Q_y$  В. $M_x$	А	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты

		бруса при растяжении и сжатии.						
8	<i>Знать</i> виды деформаций, возникающие в бруске под действием внешней нагрузки.	Внутренние силовые факторы возникающие при растяжении и сжатии.	<b>Назовите вид деформации, который вызывает продольная сила.</b>	А. изгиб Б. растяжение – сжатие В. кручение	Б	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
9	<i>Знать</i> законы распределения напряжений при различных видах деформаций бруса.	Напряженное состояние.	<b>Укажите направление нормального напряжения при растяжении – сжатии бруса.</b>	А. перпендикулярно к сечению бруса Б. под углом к сечению бруса В. лежит в сечении бруса	А	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
10	<i>Знать</i> правильные обозначения различных напряжений и их единицы измерения	Напряженное состояние при кручении бруса.	<b>Выберите из указанных вариантов обозначение касательного напряжения.</b>	А. $\omega$ Б. $\sigma$ В. $\tau$	В	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты
11	<i>Знать</i> какие возникают напряжения в поперечном сечении бруса, при различных видах деформации. <i>Уметь</i> их правильно называть	Напряженное состояние при растяжении – сжатии бруса.	<b>Укажите характер напряжений, возникающих в поперечном сечении при сжатии.</b>	А. только нормальные Б. только касательные В. касательные и нормальные	А	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
12	<i>Знать</i> правильные обозначения различных величин и их единицы измерения	Перемещение, деформация и удлинение стержня при растяжении – сжатии.	<b>Единица измерения относительного удлинения стержня...</b>	А. Н Б. м В. мм	В	<b>низкой сложности</b>	1	3 минуты
13	<i>Знать</i> гипотезы	Кручение	<b>Согласно</b>	А. изменя-	Б	<b>средней</b>	2	4 минуты

	сопротивления материалов, применимые при кручении бруса.	бруса с круглым поперечным сечением.	<b>гипотезам при кручении...</b>	ется только диаметр вала  Б. не изменяется ни диаметр, ни длина вала  В. изменяется только длина вала		<b>сложности</b>		
14	<i>Знать</i> правила построения эпюр внутренних силовых факторов при кручении. <i>Уметь</i> строить эпюры крутящих моментов.	Внутренние силовые факторы, возникающие в поперечных сечениях бруса при кручении	<b>Выберите из ряда понятий правильный ответ на вопрос: Чему равен скачок на эпюре крутящих моментов (по абсолютной величине)?</b>	А. приложенному внешнему вращающему моменту  Б. половине приложенного внешнего вращающего момента  В. сумме всех приложенных моментов	А	<b>повышенной сложности</b>	3	5 минуты
15	<i>Знать</i> законы изменения внутренних силовых факторов.	Силовые факторы при чистом изгибе.	<b>При чистом изгибе в поперечном сечении бруса...</b>	А. возникают поперечная сила и изгибающий момент  Б. возникает только изгибающий момент  В. возникает только поперечная сила	Б	<b>средней сложности</b>	2	4 минуты
16	<i>Знать</i> законы изменения внутренних силовых факторов.	Внутренние силовые факторы, возникающие в поперечных сечениях бруса при изгибе.	<b>При плоском поперечном изгибе в поперечном сечении бруса...</b>	А. возникают поперечная сила и изгибающий момент  Б. возникает только изгибающий	А	<b>повышенной сложности</b>	3	5 минуты

				момент  В. возникает только поперечная сила				
17	<i>Знать</i> правила, построения изгибающих моментов, правила составления уравнений равновесия при изгибе. <i>Уметь</i> составлять уравнения равновесия для части балки работающей на изгиб.	Расчет бруса на изгиб. Эпюры изгибающих моментов.	<b>Изгибающий момент в поперечном сечении при изгибе балки равен...</b>	А. алгебраической сумме проекций всех внешних сил  Б. сумме абсолютных значений всех сил  В. алгебраической сумме моментов всех внешних сил и моментов пар сил.	В	<b>повышенной сложности</b>	3	5 минуты
18	<i>Знать</i> правила построения эпюр поперечных сил, правила составления уравнений равновесия при изгибе. <i>Уметь</i> составлять уравнения равновесия.	Расчет бруса на изгиб. Эпюры поперечных сил.	<b>Поперечная сила в произвольном сечении балки при изгибе численно равна...</b>	А. сумме абсолютных значений всех сил  Б. алгебраической сумме моментов всех внешних сил  В. алгебраической сумме проекций всех внешних сил на соответствующую ось	В	<b>повышенной сложности</b>	3	5 минуты
19	<i>Знать</i> законы распределения внутренних усилий по длине	Построение эпюр поперечных сил в балке,	<b>На эпюре поперечной силы Q в точке приложения</b>	А. приложенной силы  Б. приложен-	А	<b>повышенной сложности</b>	3	5 минуты

	балки при изгибе. <i>Уметь</i> строить эпюры поперечных сил, составлять уравнения равновесия.	работающей на изгиб.	<b>внешней силы возникает «скачок», равный по величине значению...</b>	ного момента  В. половины приложенной силы				
20	<i>Знать</i> законы распределения внутренних усилий по длине балки при изгибе. <i>Уметь</i> строить эпюры изгибающих моментов, составлять уравнения равновесия.	Построение эпюр изгибающих моментов в балке, работающей на изгиб.	<b>На эпюре изгибающих моментов <math>M_{изг}</math> в точке приложения внешнего момента возникает «скачок», равный по абсолютной величине значению...</b>	А. приложенной силы  Б. приложенного момента  В. половины приложенной силы	Б	<b>повышенной сложности</b>	3	

Ответьте на вопросы. Буквы, соответствующие правильным вариантам ответа, обведите в кружок (занесите в бланк ответов и т.п.)

#### **Система оценивания:**

Тест состоит из 20 вопросов. За правильный ответ на вопрос дается от 1 до 3 баллов. Максимальное количество баллов – 40

**Обоснование балла:** для достижения положительного результата тестирования необходимо правильно ответить на 50% вопросов и набрать минимально 20 баллов. При верном ответе на 50 – 60% вопросов, результат считается «удовлетворительным», при усвоении на 70 – 80% контролируемого содержания – «хорошим». Если испытуемый подтверждает на 90% контролируемых элементов и более, результат признается «отличным».

#### **Таблица перевода в пятибалльную шкалу оценивания:**

Менее 50% (менее 20 баллов) – неудовлетворительно – «2»

60 – 70% (24 – 28 баллов) – удовлетворительно – «3»

80 – 90% (32 – 36 баллов) – хорошо – «4»

Более 90% (свыше 36 баллов) отлично – «5»

## VI. РЕФЕРАТИВНОЕ ЗАДАНИЕ (Р)

Таблица 10 – Ключ оценки результатов Р

Оценка результата	Выполнение задания
	Доля, %
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

Р №1 Темы рефератов по разделу дисциплины техническая механика –«теоретическая механика»

1. Аксиомы статики. Связи и их реакции.
2. Сложение двух сил, приложенных в точке тела. Сложение ПССС. Геометрическое условие равновесия.
3. Определение равнодействующей ПССС методом проекций. Аналитическое условие равновесия ПССС.
4. Стержневые системы. Определение усилий в стержнях. Решение задач.
5. Пара сил. Эквивалентность пар сил. Сложение пар сил. Условие равновесия пар. Момент силы относительно точки.
6. Приведение силы к точке. Приведение к точке ПСПРС.
7. Теорема Вариньона. Равновесие плоской системы сил. Условие равновесия, уравнения равновесия ПСПРС и их различные формы.
8. Балочные системы. Разновидности опор и виды нагрузок.
9. Реальные связи. Трение скольжения и его законы.
10. Сложение пространственной системы сходящихся сил. Условие равновесия.
11. Момент силы относительно оси. Произвольная пространственная система сил. Условие равновесия.



12. Центр параллельных сил. Центр тяжести тела.
13. Определение координат центра тяжести плоских и пространственных фигур. Устойчивость равновесия.
14. Основные понятия кинематики. Способы задания движения точки. Определение скорости и ускорения движения точки при естественном способе задания движения
15. Частные случаи движения точки. Кинематические графики.
16. Поступательное и вращательное движение твёрдого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Частные случаи вращательного движения.
17. Скорости и ускорения различных точек вращающегося тела.
18. Способы передачи движения. Передаточное отношение. Передаточное число.
19. Сложное движение точки.
20. Плоскопараллельное движение тела. Определение скорости любой точки тела. Мгновенный центр скоростей.
21. Сложение двух вращательных движений. Понятие о планетарных передачах. Формула Виллиса.
22. Основные понятия и аксиомы. Свободная и несвободная точки.
23. Сила инерции при прямолинейном и криволинейном движениях. Принцип Даламбера. Метод кинетостатики.
24. Работа постоянной силы при прямолинейном перемещении. Работа равнодействующей силы. Работа переменной силы на криволинейном пути.
25. Мощность. Механический коэффициент полезного действия. Работа сил на наклонной плоскости.
26. Работа и мощность при поступательном и вращательном движении твёрдых тел. Решение задач.
27. Импульс силы. Количество движения. Кинетическая энергия. Теоремы об изменении количества движения и кинетической энергии точки. Понятие о механической системе.
28. Основное уравнение динамики вращающегося тела. Моменты инерции некоторых тел. Кинетическая энергия тела. Кинетический момент.

Р №2. Темы рефератов по разделу дисциплины техническая механика - «сопротивление материалов»

1. Задачи сопротивления материалов. Классификация нагрузок. Основные допущения.
2. Метод сечений. Виды нагружения бруса. Напряжения.
3. Продольные силы. Нормальные напряжения и их эпюры.
4. Перемещения и деформации. Закон Гука.
5. Статические испытания материалов. Основные механические характеристики.
6. Расчёты на прочность

7. Статически неопределимые системы
8. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге. Крутящий момент. Построение эпюр.
9. Кручение круглого прямого бруса. Основные предпосылки и формулы. Расчёты на прочность и жёсткость.
10. Моменты инерции сечений. Понятие о главных центральных моментах инерции.
11. Основные моменты инерции простейших сечений.
12. Прямой изгиб чистый и поперечный. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.
13. Основные расчётные предпосылки и формулы при изгибе. Расчёты на прочность. Касательные напряжения при прямом поперечном изгибе.
14. Понятие о линейных и угловых перемещениях при изгибе. Интеграл Мора. Правило Верещагина. Расчёты на жёсткость при изгибе прямого бруса.
15. Косой изгиб
16. Расчёты бруса большой жёсткости при изгибе с растяжением (сжатием)
17. Понятие о напряжённом состоянии в точке упругого тела. Гипотезы прочности и их назначение.
18. Расчёты бруса круглого поперечного сечения при изгибе с кручением.
19. Устойчивость упругого равновесия. Критическая сила. Формула Эйлера. Критическое напряжение. Пределы применимости формулы Эйлера.
20. Переменные напряжения. Усталость. Предел выносливости.
21. Диаграммы предельных амплитуд и предельных напряжений.
22. Расчет на прочность при переменных напряжениях.

## Структура лабораторных занятий

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

**Тема: «Изучение плоской системы сходящихся сил».**

Цель работы – экспериментальное подтверждение геометрического условия равновесия системы сходящихся сил.

**Краткие теоретические сведения.**

Для равновесия системы *сходящихся* сил, приложенных к твёрдому телу, необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая, а, следовательно, и главный вектор этих сил были равны нулю.

*Главный вектор системы сил* – это геометрическая сумма сил.

*Геометрическое условие равновесия для системы сходящихся сил* :

для равновесия системы сходящихся сил, необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный из этих сил, был замкнут.

Если все действующие на тело сходящиеся силы лежат в одной плоскости, то они образуют *плоскую систему сходящихся сил*.

*Аналитическое условие равновесия для системы сходящихся сил*:

сумма проекций этих сил на каждую из координатных осей должны быть равны нулю.

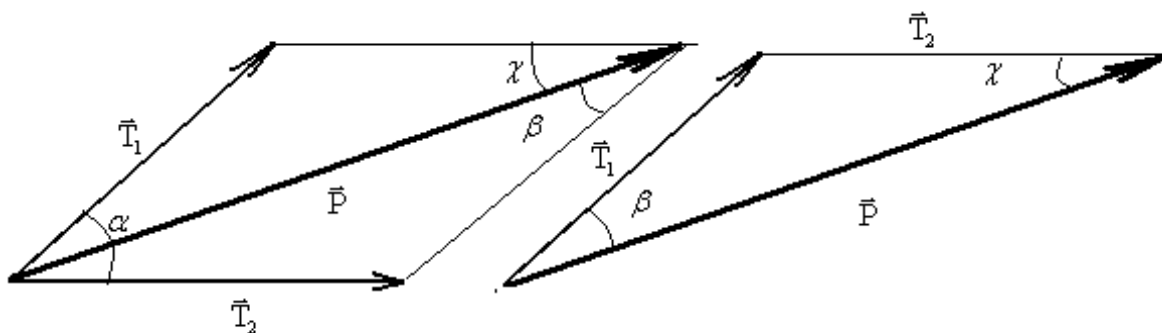
*Теорема о трёх силах*:

если твёрдое тело находится под действием трёх непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

*Сложение двух сил*. Геометрическая сумма  $\vec{P}$  двух сил  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$  находится по правилу параллелограмма (рис.1а) или построением силового треугольника (рис. 1б).

Если угол между силами равен  $\alpha$ , то модуль  $\vec{P}$  и углы  $\beta, \chi$  которые сила  $\vec{P}$  образует со слагаемыми силами, определяются по формулам:  $P = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2 \cos \alpha}$ ,

$$\frac{T_1}{\sin \chi} = \frac{T_2}{\sin \beta} = \frac{P}{\sin \alpha}.$$



а)

б)

Рис.1 Сложение двух сил.

## Оборудование для проведения лабораторной работы:

изучение системы плоских сходящихся сил проводится на специальной установке.

## Установка для изучения системы плоских сходящихся сил

### Технические характеристики

1	Смещение модели относительно нулевого положения, мм	$\pm 6$
2	Цена деления угловой шкалы основного диска, град	5
3	Габаритные размеры установки, мм	
	длина	260
	ширина	250
4	Масса гирь для создания сил, шт.	
	1Н	10
	2Н	10
	5Н	4

### Устройство и принцип работы.

Установка (рис. 2) выполнена в настольно-переносном варианте и состоит из основного диска 1, закрепленного на основании 2 при помощи стойки 3. Основной диск имеет пазы для крепления отклоняющих роликов 4 и угловую шкалу для их выставления в угловых координатах. К основному диску 1 крепятся: пластина постоянной толщины и произвольной формы 5, имитирующая материальное тело (на упругой подвеске 6, состоящей из трех отрезков пружинной проволоки), а также неподвижный ограничительный диск 7. На пластине 5 закреплен штифт 8, ось которого в исходном положении совпадает с началом координат угловой шкалы основного диска 1. Это положение может фиксироваться двумя фиксаторами 9, при этом риски на пластине 5 и неподвижном ограничительном диске 7 совпадают (являются продолжением одна другой).

Для создания активной системы сил и уравновешивания их, установка имеет набор гирь 10, устанавливаемых на подвесы 11.

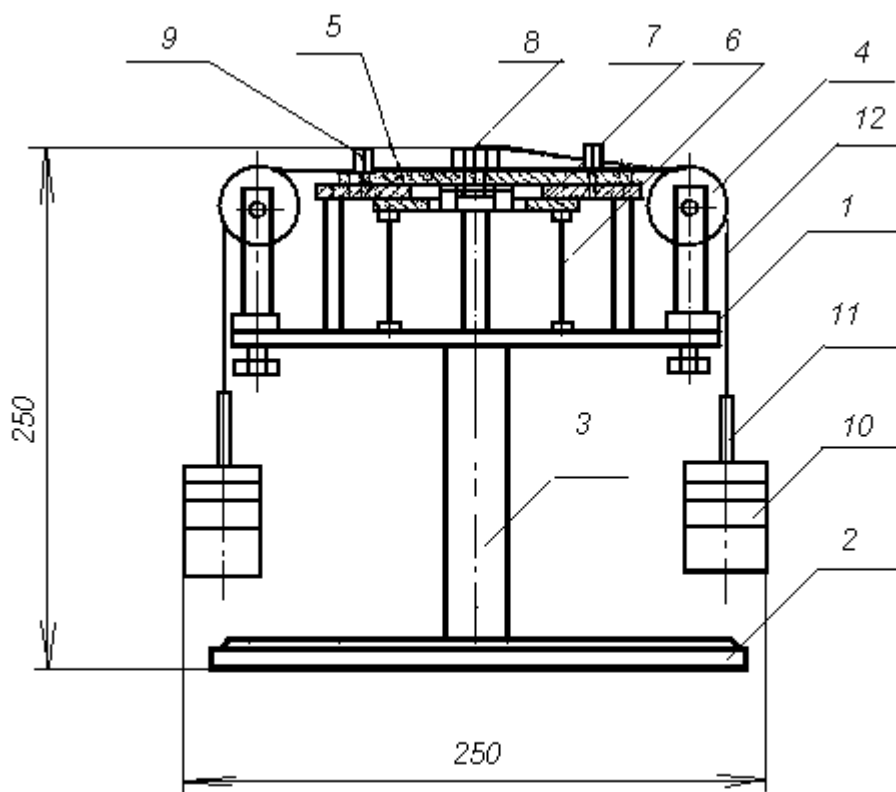


Рис.2 Установка для изучения системы плоских сходящихся сил.

К подвесам 11 привязаны капроновые тросики 12, перекинутые через отклоняющие ролики 4 и заканчивающиеся петлей, накинута на штифт 8.

Работа установки для изучения системы плоских сходящихся сил основана на принципе векторного решения силового многоугольника. (Равнодействующая сила представляет собой замыкающую сторону многоугольника, построенного на силах активной системы).

Установка позволяет произвести экспериментальное подтверждение правила сложения плоской системы сходящихся сил. Заданные силы активной системы должны быть кратными 1Н и не превышать 10Н. Углы действия активной системы сил рекомендуется устанавливать кратными  $5^\circ$  в пределах возможного перемещения любых трех отклоняющих роликов по круговым пазам. Силовой многоугольник рекомендуется составлять таким образом, чтобы линия действия уравновешивающей силы (силы, равной результирующей, нообратной по

направлению) проходила в пределах свободной четверти угловой шкалы и была бы кратной  $1 \pm 0,01$  Н. Общая сумма сил в силовом многоугольнике не должна превышать 50 Н.

### План выполнения работы.

1. Установить экспериментальный стенд на ровной горизонтальной поверхности стола. Ознакомиться с устройством и принципом работы установки.
2. Вставить фиксаторы 9 (см. рис 2) в отверстия пластины 5 и зафиксировать ее нулевое положение относительно неподвижного диска 7.
3. Построить для заданной преподавателем системы сходящихся сил силовой многоугольник в некотором масштабе и определить модуль и направление результирующей силы. Результаты занести в таблицу 2.
4. Надеть на центральный штифт пластины 8 петли с привязанными к ним капроновыми тросиками 12, заканчивающимися подвесами для гирь 11. Число тросиков с петлями должно быть равно количеству сил в силовом многоугольнике.
5. Установить отклоняющие ролики 4, перемещая их по пазу основного диска 1, в заданном для активной системы сил положении в угловых координатах. Закрепить ролики на диске 1.
6. Перекинуть тросики через ролики.
7. Нагрузить эти подвесы набором гирь, создав заданную систему сил.
8. Установить свободный ролик в направлении, обратном направлению результирующей силы, и закрепить.
9. Набором гирь создать усилие, равное результирующей силе.
10. Вынуть фиксаторы 9 нулевого положения. При правильном решении силового многоугольника и правильной установке направления заданных и результирующей сил положение тела (пластины 5) относительно неподвижного диска должно оставаться в исходном (нулевом) положении, или сдвинуться от него незначительно за счет неучтенного веса подвесок и сил трения в осях роликов.

Таблица 2.

№ п/п	Система активных сил	Уравновов. сила
-------	----------------------	-----------------

	$R_1$	$\alpha_1$	$R_2$	$\alpha_2$	$R_3$	$\alpha_3$	$R_y$	$\alpha_y$
1	7Н	50°	5Н	275°	-	-		
2	5Н	45°	3Н	210°	6Н	325°		
3	5Н	30°	2Н	240°	5Н	335°		
4	3Н	35°	4Н	230°	6Н	320°		

### Контрольные вопросы и задания.

1. Дайте определение силы.
2. Как выполнить сложение двух сил по правилу параллелограмма и по правилу треугольника? Ответ продемонстрируйте рисунком.
3. Что является равнодействующей сходящихся сил? Будет ли это главный вектор?
4. Как выполнить разложение силы по двум заданным направлениям? Ответ продемонстрируйте рисунком.
5. Что является проекцией силы на ось? Ответ продемонстрируйте рисунком.
6. В чём заключается аналитический метод сложения сил?
7. Что является геометрическим условием равновесия системы сходящихся сил?
8. Что является аналитическими условиями равновесия системы сходящихся сил?
9. Сформулируйте теорему о трёх силах.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2.

#### Тема: «Определение коэффициента трения скольжения»

Цель: Ознакомиться с приближенными методами определения коэффициента трения скольжения; определить коэффициент трения скольжения различных материалов.

#### Краткие теоретические сведения.

Трение представляет собой сложный комплекс механических, электронных и химических явлений. Величина силы трения скольжения зависит не только от материала, шероховатости поверхности, давления и относительной скорости

скольжения, но и от целого ряда других причин: влажности температуры и т.п. Учесть влияние всех факторов не представляется возможным, поэтому ограничиваются приближённым определением значения силы трения по закону Кулона: «Сила трения скольжения пропорциональна силе, нормальной к поверхности соприкасающихся тел, зависит от рода трущихся поверхностей и не зависит от величины трущихся поверхностей».

Отношение предельной силы трения к нормальной силе давления называется статическим коэффициентом трения:

$$f_0 = T_{\text{пр}}/N.$$

где  $f_0$  - безразмерная величина,  $T_{\text{пр}}$  - Н,  $N$  - Н.

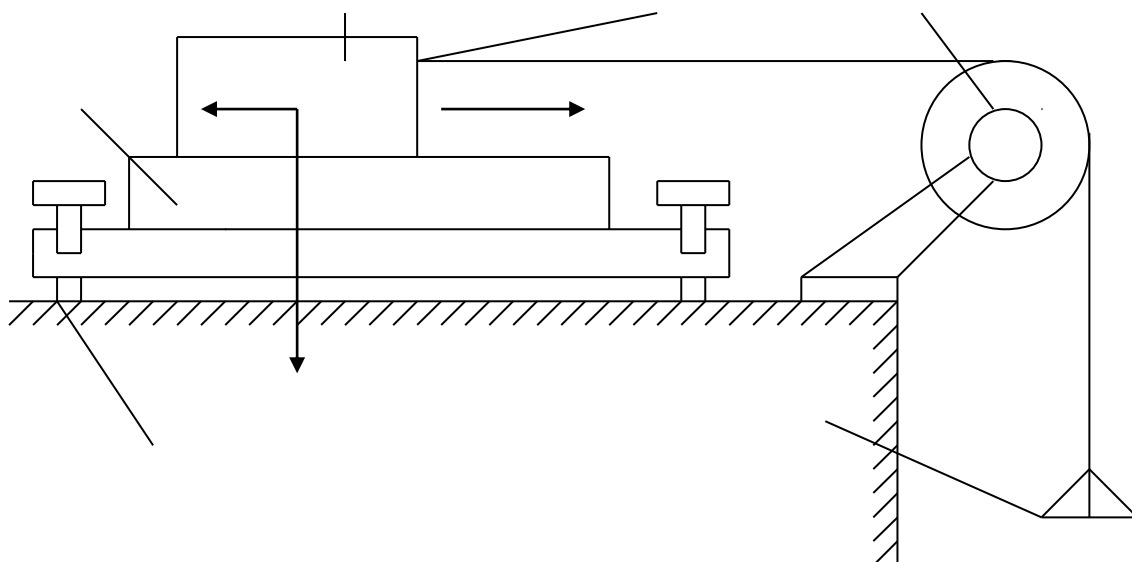
Сила трения отклоняет полную реакцию  $R$  от нормали на угол – угол трения покоя. Тангенс угла трения покоя равен статическому коэффициенту трения:

$$\text{tg} = f_0 = T_{\text{пр}}/N.$$

Отношение силы трения при движении к силе нормального давления называется динамическим коэффициентом трения скольжения. Он несколько меньше статического коэффициента трения скольжения. Коэффициенты трения скольжения определяются опытным путём различными способами.

Наиболее часто эти коэффициенты для двух материалов определяются при помощи горизонтальной или наклонной плоскости.





1 – плоскость.

2 – брусок.

3 – крючок.

4 – блок.

5 – чаша с гирями.

6 – винты.

### Ход работы

- 1) Ознакомился с устройством установки для определения коэффициента трения.
- 2) Подготовил образцы и опорную плоскость к испытанию.
- 3) Определил силу тяжести испытываемых образцов и чашки.
- 4) Установил прибор на краю стола.
- 5) К крючку испытываемого образца привязал один конец шнура.
- 6) Нагружал чашу мелкими гирями.
- 7) Силу тяжести груза, положенного на чашу, определил гирями.
- 8) Опыт повторил три раза для каждого испытываемого образца.
- 9) Результаты испытаний записал в таблицу:

Материал плиты...	Материал образцов.
-------------------	--------------------

Сила тяжести образца G, кгс. 880 гр.		Д+Д	Д+С	С+С
Сила тяжести груза приравномерном движенииобразца Q2, кгс.	1-й размер	240	170	160
	2-й размер	220	220	165
	3-й размер	205	150	155
	Среднезначие	222	180	160
Движущая сила $P=Q2_{cp}+Q1$ , кгс.		272	230	210
Статический коэффициент трения скольжения $f=P/G$ .		0.31	0.26	0.24

### Контрольные вопросы

- 1) Сила трения зависит от: рода материала, шероховатости поверхности, давления, скорости скольжения, влажности, температуры и т.п.
- 2) Сила трения не всегда является вредной, например, мы ходим благодаря трению.
- 3) При переходе тела из состояния покоя в движение, сила трения уменьшится.

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**

## Тема: «НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ»

### Цель работы

Определить координаты центра тяжести однородной плоской пластины.

### Оборудование и инструмент

Плоская однородная фигура, линейка, транспортир.

### Сведения из теории

Центром тяжести твердого тела называется связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести, действующих на частицы данного тела, при любом положении тела в пространстве. Координаты центра тяжести, как центра параллельных сил, определяются формулами

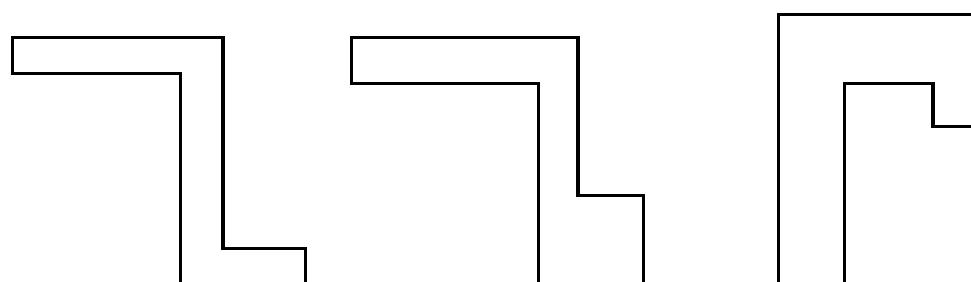
$$x_C = \frac{1}{P} \sum P_k x_k, y_C = \frac{1}{P} \sum P_k y_k, z_C = \frac{1}{P} \sum P_k z_k, \quad (1)$$

где  $x_k, y_k, z_k$  - координаты точек приложения сил тяжести  $\vec{P}_k$ , действующих на частицы тела.

### Основные положения:

1. Если тело имеет центр, ось или плоскость симметрии, то центр тяжести совпадает с этим центром, лежит на этой оси или в плоскости.
2. Если центры тяжести отдельных частей тела лежат на одной прямой (плоскости), то и центр тяжести лежит на этой прямой (плоскости).
3. Если тело имеет полости (пустоты), то его можно рассматривать как систему, состоящую из сплошного тела и тел в форме пустот, имеющих отрицательную массу (метод отрицательных масс).
4. Если тело можно разбить на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести всего тела можно вычислить по формулам (1) - (2). Число слагаемых в каждой из сумм будет равно числу частей, на которые разбито тело.

### Чертеж плоской фигуры (пример)



### Расчетные формулы:

Тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, поэтому из формул (1) можно получить следующие формулы:

$$x_C = \frac{1}{S} \sum s_k x_k, y_C = \frac{1}{S} \sum s_k y_k, \quad (2)$$

где  $S$  – площадь всей пластины;  $s_k$  – площади ее частей.

### Порядок выполнения работы

1. Разбиваем плоскую фигуру на простые отдельные части, положение центра тяжести которых известны.
2. Выбираем систему координат. Вычисляем площади и координаты  $x_k, y_k$  центров тяжести отдельных частей. Площади вырезанных частей берем со знаком минус.
3. Находим общую площадь фигуры по формуле  $S = \sum_{i=1}^n S_i$ .
4. Определяем координаты центра тяжести фигуры.

#### *Замечание*

Большинство задач на определение центра тяжести допускает несколько способов разбиения фигуры. Этим можно воспользоваться для проверки результата.

### Результаты измерений

№ части	$x, (см)$	$y, (см)$	$S, (см^2)$
1			
2			
3			

$S =$

$x_C =$

$y_C =$

### Выводы:

### Контрольные вопросы:

1. Что называется центром тяжести?
2. Где находится центр тяжести симметричной фигуры?
3. Как находится центр тяжести сложной плоской фигуры?
4. Может ли находиться центр тяжести вне тела?
5. По каким формулам рассчитывается центр тяжести однородной плоской фигуры?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

### Тема: «Растяжение металлического образца с построением диаграммы»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** получение диаграмм растяжения стальных образцов, изучение механических свойств и получение механических характеристик стали по диаграммам растяжения. Рекомендуется провести испытание двух образцов из разных марок сталей (малоуглеродистой и легированной) и сравнить соответствующие диаграммы.

Испытания проводятся с помощью разрывной машины Р-50 с максимальным усилием 490 кН (50 тс), вызывающей растяжение образца увеличением расстояния между захватами машины. Машина снабжена самописцем - устройством, которое автоматически вычерчивает диаграмму растяжения, представляющую зависимость между нагрузкой и удлинением образца. Стандартный образец для испытания на растяжение в странах Европы принимается цилиндрическим с расчетной длиной  $L = 10D$  - длинный образец или  $L = 5D$  - короткий образец. В данном случае используется длинный образец, у которого длина цилиндрической части больше расчетной длины и равна  $L + D$ . Концы образца изготовлены большего диаметра, чтобы предохранить образец от разрушения в зажимах машины, где возникает сложное напряженное состояние.

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

#### 1. Управление движением траверсы разрывной машины без образца.

1.1. Нажав однократно клавишу «Голубая стрелка вверх» на панели инструментов, с помощью электромотора перемещаем траверсу вверх. Для остановки – нажать **красную** клавишу.

1.2. Нажав однократно клавишу «Голубая стрелка вниз» на панели инструментов, с помощью электромотора перемещаем траверсу вниз. Для остановки – нажать **красную** клавишу.

Работа электромотора сопровождается соответствующим звуком.

1.3. Для автоматической установки траверсы в исходное положение нужно в диалоговом окне «НАСТРОЙКА», которое открывается нажатием кнопки «I», установить галочку.

## **2. Установка образца.**

2.1. Открывается окно «НАСТРОЙКА». В этом окне можно менять:

2.1.1. Диаметр образца.

2.1.2. Рабочую длину.

По умолчанию  $L=0.2$  м,  $d=0.02$  м.

2.1.3. Скорость проведения испытания, на которую влияют следующие параметры:

2.1.3.1. Скорость деформирования (0.001- 0.02) – параметр, определяющий скорость изменения изображения на экране.

2.1.3.2. Количество точек (2 – 20) графика в наиболее узкой, имеющей ненулевую ширину, зоне деформации – определяет четкость прорисовки диаграммы.

2.1.3.3. Количество точек графика для сохранения в файле результатов и для вывода на печать (10 – 10000).

2.1.3.4. Файл настройки по умолчанию. Эта опция описана в разделе меню **«Помощь»**.

2.2. Выбор материала из базы данных.

Нажимается кнопка с изображением образца серого цвета. Подробности в разделе меню **«Помощь» - «Управление стендом» - «Выбрать материал образца»**.

**ВНИМАНИЕ!** Материалы подразделены на классы и группы. Группа, в которой есть данные о материале отмечена знаком «+».

2.3. Установка образца в захватах разрывной машины.

Нажимается кнопка с изображением образца красного цвета. При этом в захватах появляется образец серого цвета.

## **3. Режим испытания на растяжение.**

Рекомендуется проводить эксперимент в **два** этапа.

3.1. Деформирование в пределах упругого участка диаграммы.

Открывается окно «Настройка» (см. п.2.1) и устанавливается:

а) скорость деформирования 0.001 (п.2.1.2);

б) количество точек 20 (п.2.1.3).

Нажимается кнопка «Запустить гидронасос» и курсор сразу же устанавливается в готовность «Остановить гидронасос».

После нажатия этой кнопки деформирование останавливается на упругом участке диаграммы и можно разгрузить образец до исчезновения напряжений, нажав кнопку «Разгрузка» - демонстрируется свойство упругости.

3.2. Деформирование в упруго-пластической зоне диаграммы.

Открывается окно «Настройка» (см. п. 2.1.) и устанавливается:

а) скорость деформирования 0.005 (п.2.1.2);

б) количество точек 3 (п.2.1.3).

При этом в любой момент можно разгрузить образец и увидеть остаточную деформацию.

Затем нагрузить – диаграмма пойдет по линии разгрузки вверх (гистерезисная петля на экране не показывается). Здесь можно рассказать о явлении «наклепа».

Далее довести до разрушения. Следует отметить, что место разрушения по оси стержня заранее неизвестно.

#### **4. Запись результатов испытания на растяжение.**

Снять с диаграммы координаты характерных точек. Для этого нужно подвести указатель мыши на экране к соответствующей точке и записать на бланк (**приложение № 1**) значение силы и абсолютной деформации, которые фиксируются рядом с диаграммой.

Имеется возможность изменить масштаб изображения диаграммы с целью более детального осмотра определенных участков (например площадки текучести). Для этого нужно установить указатель мыши в пределах диаграммы и нажать левую клавишу. При этом диаграмма растягивается по оси абсцисс и можно более точно определить координаты точек предела пропорциональности и конца площадки текучести.

Если затем нажать правую клавишу, то диаграмма восстанавливается по шагам до исходного вида.

При необходимости можно с помощью подменю «ЭКСПЕРИМЕНТ» вывести на принтер координаты точек диаграммы, построенной самописцем и бланк обработки полученных данных.

## 5. Обработка результатов испытаний.

Построить диаграмму в осях напряжение - относительная деформация и определить опасные напряжения.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

**Тема: «Испытание валов на кручение с определением модуля упругости при сдвиге»**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** испытание валов на кручение с определением модуля упругости при сдвиге.

Для испытания стержня круглого сечения применяют установку, показанную на фотографии (при нажатии кнопки «I» на панели инструментов. Вал жестко закреплен одним торцом от всех перемещений, а на другом снабжен подшипником, не препятствующим повороту опорного сечения относительно продольной оси. При этом перемещения в направлении перпендикулярном оси (изгибные) исключены постановкой опоры под подшипником. В двух сечениях, отстоящих друг от друга на расстоянии  $\ell$ , равном одной трети длины оси вала, к нему приварены две рамки, между которыми на расстоянии  $R$  от оси устанавливается индикатор часового типа. К подвижному торцу приварен рычаг с нагрузочной тарелкой. При приложении нагрузки к рычагу, создается момент, который вызывает кручение вала. При этом сечения вала поворачиваются относительно продольной оси на величину пропорциональную расстоянию этого сечения от заделки. Поэтому концы рамок, прикрепленные к разным сечениям получают разные перемещения вдоль оси индикатора. Величину этой разности  $\Delta h$  можно вычислить с помощью отсчета по шкале индикатора  $T$

$$\Delta h = T \cdot k ,$$

где  $k = 0.00001$  м.- цена деления этой шкалы.



Учитывая малость всех перемещений по сравнению с длиной вала, можно считать, что  $\Delta h$  направлена перпендикулярно радиусу  $R$  - расстоянию от оси вала до оси индикатора. Это дает возможность выразить взаимный угол поворота двух сечений относительно продольной оси через величину  $T$ , полученную экспериментально,

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \Delta h / R = T \cdot k / R .$$

Таким образом, при нагружении тарелки конкретным грузом  $P$  создается крутящий момент  $M = P \cdot L$ , который вызывает поворот  $\varphi$  одного сечения по отношению к другому, находящемуся на расстоянии  $\ell$  от первого.

Результаты этого эксперимента можно использовать для определения величины модуля упругости материала вала при сдвиге  $G$ . Теоретически величина угла закручивания участка  $\ell$  вала равна

$$\varphi = \frac{M \cdot \ell}{G \cdot J_p} .$$

Отсюда 
$$G = \frac{M \cdot \ell}{\varphi \cdot J_p} .$$

## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

### 1. Выбор материала вала.

Используя раздел меню «Помощь» - «Настройка эксперимента» выбирается материал.

2. Используя кнопку «**НАГРУЗИТЬ**» панели инструментов или клавишу «**СТРЕЛКА ВНИЗ**» на клавиатуре, положить груз  $P$  массой 1 кг на нагрузочную тарелку.

3. Снять отсчет по шкале индикатора и число записать в таблицу на бланке (приложение № 4).

4. Выполнить пункты 2 и 3 несколько раз.

5. Последовательно снять грузы, используя кнопку «**РАЗГРУЗИТЬ**» панели инструментов или клавишу «**СТРЕЛКА ВВЕРХ**» на клавиатуре, и убедиться, что материал при данном нагружении находится в стадии упругости.

- б. Обработать полученные экспериментальные данные в таблице и вычислить модуль упругости при сдвиге.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Тема: «Испытание стальной балки на чистый изгиб»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** определение величины нормальных напряжений в пяти точках по высоте сечения двутавровой балки в условиях чистого изгиба и сравнение экспериментально полученной эпюры напряжений с теоретической; определение величин прогиба середины и угла поворота опорного сечения балки и сравнение их с теоретическими.

Экспериментальное определение напряжений у поверхности тела основано на методе тензометрии. Метод тензометрии состоит в измерении малых деформаций в отдельных точках конструкции и последующем переходе от них к напряжениям с использованием закона Гука. Для замера относительного удлинения на поверхности тела намечается отрезок, длина которого до деформации  $S$  называется *базой*. С помощью специальных приборов – *тензометров*– определяется абсолютное удлинение отрезка  $\Delta S$  и вычисляется средняя на длине базы относительная деформация  $\tilde{\varepsilon} = \Delta S / S$ . Чем меньше база, тем ближе средняя величина относительной деформации к истинной. В данной работе применяются электрические тензометры – *датчики омического сопротивления*– представляющие собой константановую проволоку (сплав меди с никелем) диаметром 0.02 мм, наклеенную на бумагу в виде петель с двумя выводами, служащими для подключения к измерительной схеме. Сверху наклеивается защитная бумага. Датчики приклеиваются к балке карбинольным клеем. База  $S = 20$  мм. Сопротивление такого датчика составляет 150 Ом. Применение проволочных датчиков при измерении деформаций основано на полученной из опыта зависимости между отношением приращения сопротивления  $\Delta R$  к омическому сопротивлению  $R$  и относительной деформацией. Для датчика с константановой проволокой эта зависимость имеет вид:

$$\frac{\Delta R}{R} = 2,1\varepsilon .$$

Из этой формулы ясно, что для измерения малых  $\Delta R$  требуются схемы высокой чувствительности, в данном случае – мостик сопротивлений. Ток в ветви гальванометра появляется только, когда изменяется сопротивление в рабочем датчике.

Чистый изгиб создается на среднем участке шарнирно опертой балки нагруженной двумя равными силами, приложенными на равных расстояниях от опор (симметричнонагружение). В сечениях этого участка изгибающий момент имеет постоянное значение (поперечная сила равна нулю).

При чистом изгибе балок у ненагруженных поверхностей имеет место линейное напряженное состояние. При этом напряжения связаны с относительными деформациями законом Гука

$$\sigma = E \cdot \varepsilon .$$

Таким образом, зная экспериментально величину относительной деформации, можно вычислить напряжение по тому же направлению.

Тензодатчики наклеены в пяти точках на разной высоте от нейтральной оси поперечного сечения:

$$y_1 = h/2; y_2 = h/4; y_3 = 0; y_4 = -h/4; y_5 = -h/2.$$

Величины абсолютных деформаций баз тензодатчиков, увеличенные в  $10^5$  раз, показываются в окне цифрового индикатора деформаций. Размерность в метрах. Имеется возможность последовательного просмотра показаний каждого тензодатчика.

Под серединой балки установлен индикатор часового типа №1 для измерения прогиба, а в торце балки на приваренной консоли в горизонтальном направлении на расстоянии 0,5 м от оси балки – индикатор №2 для определения угла поворота опорного сечения.

Нагружение производится с помощью гидравлического домкрата и контролируется манометром, показывающим давление масла в гидросистеме, или динамометром (по выбору).

## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

### 1. Настройка параметров.

Используя раздел меню «Помощь» - «Настройка эксперимента» выбирается материал балки, размеры поперечного сечения и способ контроля за нагрузкой: либо измеряя давление масла в гидроцилиндре с помощью манометра, либо, в пересчете по умолчанию, с помощью динамометра .

### 2. Запустить гидронасос.

### 3. Нажатием кнопки «СТРЕЛКА ВНИЗ» на панели инструментов довести стрелку манометра до отметки 2 МПа, что соответствует усилию 2 кН по шкале динамометра.

### 4. Щелкая мышью по кнопке «ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬ КАНАЛОВ», последовательно соединить электрический мост с клеммами соответствующих тензодатчиков №№1-5 и записать числовые значения в окне измерителя деформаций в графы $T_1 \div T_5$ таблицы на бланке.

### 5. Снять отсчеты по шкалам индикаторов часового типа №№1,2 и записать их в графы $T_{y1}, T_{y2}$ той же таблицы.

### 6. Последовательно увеличивая давление масла равными шагами по шкале манометра или силы по шкале динамометра, выполнить на каждом шаге п.п. 3 и 4.

### 7. Выключить гидронасос.

### 8. Обработать полученные экспериментальные данные в таблице, построить эпюры нормальных напряжений по высоте сечения балки по данным опыта и по теории. Сравнить прогиб в середине пролета и угол поворота опорного сечения по данным опыта и по теории.

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.

Таблица 11 – Ключ оценки результатов итогового задания

Оценка результата	Выполнение задания
	Доля ,%,
2 (неудовлетв)	От «0» до «40»
3 (удовлетв)	От «42» до «60»
4 (хорошо)	От «60» до «84»
5 (отлично)	От «84» до «100»

### ПЕРЕЧЕНЬ

Вопросов для промежуточной аттестации по учебной дисциплине  
«Механика»

1. Введение. Предмет механики. Составные части механики.
2. Статика. Основные понятия и допущения в статике.
3. Аксиомы статики. Связи. Принцип освобождаемости от связей.
4. Связи. Реакции связей.
5. Плоская система сил. Методы определения сходящихся сил. Проекция силы на оси координат. Условия равновесия.
6. Пара сил. Момент пары сил. Системы знаков.
7. Момент силы относительно точки. Условия равновесия сил.
8. Момент силы относительно оси.
9. Теорема Вариньона.
10. Пространственная система сил. Проекция силы на оси координат.
11. Условия равновесия пространственной системы сил.
12. Трение. Коэффициент трения.
13. Трение покоя и трение скольжения.
14. Трение качения.
15. Центр параллельных сил. Центр тяжести твердого тела. Центр тяжести плоских фигур.
16. Кинематика. Основные понятия и определения.
17. Кинематика точки. Понятие траектории.
18. Простейшие движения твердого тела. Поступательное движение твердого тела.

19. Вращательное движение твердого тела.
20. Плоскопараллельное движение. Случай произвольного движения твердого тела.
21. Тангенциальное и нормальное ускорения при криволинейном движении.
22. Динамика. Основные понятия и законы динамики.
23. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Основной закон динамики в импульсной форме.
24. Прямая и обратная задача динамики.
25. Работа и мощность силы. Энергия.
26. Кинетическая и потенциальная энергия при механическом движении. Пример их взаимного перехода.
27. Силы инерции. Принцип Даламбера.
28. Сопротивление материалов. Основные положения и определения. Основные задачи сопромата.
29. Основные виды тел, рассматриваемые в сопротивлении материалов. Метод сечений. Виды деформаций.
30. Растяжение и сжатие. Продольные силы.
31. Построение эпюр продольных сил.
32. Напряжения. Деформации. Закон Гука.
33. Построение эпюр нормальных напряжений при растяжении и сжатии.
34. Механические испытания материалов. Диаграмма растяжения стали.
35. Кручение. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге.
36. Крутящий момент. Построение эпюр крутящих моментов.
37. Изгиб прямого бруса. Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях балки.
38. Методика построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов консольных балок.
39. Методика построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов двухопорных балок.
40. Совместное действие изгиба и кручения.